

**МІНІСТЕРСТВО АГРАРНОЇ ПОЛІТИКИ УКРАЇНИ  
БІЛОЦЕРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ  
ЕКОНОМІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

*Кафедра інформаційних систем і технологій*

**Методичні вказівки до виконання самостійної роботи  
з дисципліни “Економіко-математичне моделювання”  
здобувачами першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
спеціальностей 051 “Економіка”, 071 “Облік і оподаткування”,  
072 “Фінанси, банківська справа та страхування”,  
073 “Менеджмент”**

**„ЗАТВЕРДЖУЮ”**

Голова методичної комісії

\_\_\_\_\_ Паска І.М.

“ \_\_\_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 2019р.

Методичні матеріали щодо змісту та організації самостійної роботи студентів, поточного і підсумкового контролю їх знань з дисципліни “Економіко-математичне моделювання” для студентів, які навчаються за галузями знань 07 «Управління та адміністрування», 05 «Соціальні та поведінкові науки» спеціальностями 071 «Облік і оподаткування», 072 «Фінанси, банківська справа та страхування», 051 «Економіка».

**Розробник:** Бондар О.С.– канд.. екон. наук, доцент, Трофимчук М.І. – канд. екон. наук, доцент, Новікова В.В.– канд.. екон. наук, Ткаченко О.В. – канд. пед. наук, асистент, Савчук О.В. –асистент.

**Розглянуто та ухвалено** на засіданні кафедри інформаційних систем і технологій

Протокол № 5/1 від “ 25” вересня 2019 р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ Трофимчук М.І.

Рецензент:  
канд.екон наук, доцент

Томілова Н. О.

Розглянуто та ухвалено Вченою радою економічного факультету  
Протокол № 4 від “ 09 ” грудня 2019 р.

© Бондар О.С., 2019 рік

© БНАУ, 2019 рік

## ЗМІСТ

ЗМІСТ .....	3
1. ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ З ВИКОНАННЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТА .....	4
2.. ГРАФІК ВИКОНАННЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТА. ....	7
ТЕМА 1. ОПТИМІЗАЦІЙНІ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ. ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ. ЗАСТОСУВАННЯ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ В МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЯХ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНУВАННЯ.....	7
ТЕСТИ ДО ТЕМИ 1 .....	16
ТЕМА 2. ТРАНСПОРТНА ЗАДАЧА, ПОСТАНОВКА, МЕТОДИ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ТА АНАЛІЗУ. ....	19
Запитання і завдання для самостійної роботи.....	26
ТЕМА 3 ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ІГОР. ....	27
ТЕМА 4. МОДЕЛІ МІЖГАЛУЗЕВОГО БАЛАНСУ .....	33
Завдання для самостійної роботи .....	33
ТЕМА 5. ДИНАМІЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ ТА ЙОГО ЕКОНОМІЧНІ ДОДАТКИ.....	37
Завдання для самостійної роботи .....	37
ТЕМА 6 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ НЕЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ. ЕКОНОМІЧНІ ДОДАТКИ НЕЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ .....	39
7. ОРІЄНТОВНА ТЕМАТИКА ІНДИВІДУАЛЬНИХ РОБІТ .....	45
8. ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ, ЩО ВІНОСЯТЬСЯ НА ЗАЛІК .....	50
9. НАВЧАЛЬНА КАРТА САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТА .....	54
10. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА .....	57

## **1. ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ З ВИКОНАННЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТА**

Самостійна робота студентів (СРС) займає провідне місце у системі сучасної вищої освіти. З усіх видів навчальної діяльності СРС значною мірою забезпечує формування самостійності як провідної риси особистості студента. Самостійна робота завершує завдання усіх інших видів навчальної діяльності. Адже знання, що не стали об'єктом власної діяльності, не можуть вважатися дійсним надбанням людини. Тому СРС має навчальне, особисте та суспільне значення.

СРС – це багатоаспектне та поліфункціональне явище з двоєдиністю цілей: – формування самостійності студента; – розвиток здібностей, вмінь, знань та навичок студентів. Завдяки СРС відбувається перехід від переважно виконавчої репродуктивної діяльності студентів до пошукового, творчого начала на всіх етапах навчання у ВНЗ.

Самостійна робота з дисципліни “Економіко-математичне моделювання” припускає її здійснення в наступних видах: самостійне вивчення теоретичного матеріалу, самостійне виконання індивідуального завдання.

Метою виконання самостійної роботи є більше глибоке засвоєння матеріалу тем дисципліни, закріплення навиків розв'язування практичних економіко-математичних задач. Правильна організація самостійної роботи необхідна для оволодіння дисципліною “Економіко-математичне моделювання”, оскільки обсяг аудиторних занять не дозволяє розглянути на лекціях і лабораторних усі основні аспекти створення програмних та інтелектуальних систем. Крім того, успішність самостійної роботи багато в чому визначає успішність здачі заліку й наступної практичної діяльності, тому що тільки в рамках виконання самостійної роботи студент одержує навички практичної діяльності.

У самостійній роботі реалізуються наступні компетенції студента:

1. Соціально-особистісні:

1.1. Уміння коректно й переконливо представити свою позицію, сприймати критику, досягати компромісу;

1.2. Готовність до постійного саморозвитку, вміння будувати стратегію особистого й професійного навчання й розвитку;

1.3. Адаптивність і комунікабельність;

1.4. Наполегливість у досягненні мети;

1.5. Креативність, здатність до системного мислення.

2. Загальнонаукові:

2.1. Розуміння й використання основних понять та категорій економікоматематичного моделювання;

2.2. Застосування методів наукового пізнання.

3. Інструментальні:

3.1. Здатність до самоорганізації, організації й планування; 3

3.2. Навички роботи з комп'ютером, уміння використовувати сучасні інформаційні технології (довідкові системи, Інтернет і ін.) для одержання доступу до джерел інформації, зберігання й обробки даних.

4. Загальнопрофесійні:

4.1. Володіння основними принципами математичного моделювання економічних систем та процесів;

4.2. Розуміння основних методів економіко-математичного моделювання;

4.3. Знання етапів побудови економіко-математичних моделей.

5. Спеціальні професійні :

5.1. Здатність виконувати постановку економіко-математичних задач;

5.2. Здатність формалізувати економічну задачу у вигляді математичних залежностей;

5.3. Здатність застосовувати математичний апарат для знаходження розв'язків економіко-математичних моделей .

Самостійна робота виконується студентами під керівництвом викладача, який здійснює аудиторну роботу в навчальній групі.

Самостійна робота студентів повинна мати такі головні ознаки:

- бути виконаною особисто студентом;
- бути закінченою розробкою, де розкриваються й аналізуються актуальні проблеми з певної теми або її окремих аспектів;
- демонструвати достатню компетентність автора в розкритті питань, що досліджуються;
- мати навчальну, наукову, й/або практичну спрямованість і значимість;
- містити певні елементи новизни;
- самостійна робота оформляється відповідно до вимог кафедри.

При виконанні самостійної роботи необхідно дотримуватись НАСТУПНИХ ПРАВИЛ:

1. Перед виконанням самостійної роботи потрібно повністю ознайомитися зі змістом завдання, підібрати потрібну літературу, визначити усі параметри виконання індивідуального завдання на комп'ютері.

2. Результатом виконання самостійної роботи є результати розв'язування економіко-математичних моделей в електронному вигляді, та звіт, надрукований на папері формату А4. Оформлення звіту: шрифт – Times New Roman; розмір шрифту – 14 кегель; інтервал між рядками – півтора; абзац – 12,5 мм, поля: верхнє і нижнє – 20 мм, ліве – 25 мм, праве – 15 мм; нумерація сторінок – по центру нижнього поля. Зразок оформлення титульної сторінки наведено у додатку А.

3. Самостійна робота повинна бути здана у встановлений графіком термін. Викладач фіксує факт здачі самостійної роботи та виставляє оцінку в журнал.

## 2.. ГРАФІК ВИКОНАННЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТА.

№ розділ у теми	Назва розділу, теми, зміст консультації	К-ть годин СР	Термін виконання (тиждень)	Форма форма контролю
Тема 1	Оптимізаційні економіко-математичні моделі. лінійного програмування. Застосування лінійного програмування в математичних моделях оптимального планування.	4	2	Звіт
Тема 2	Транспортна задача, постановка, методи розв'язування та аналізу. Економіко-математичні моделі, які зводяться до транспортних задач	4	4	Звіт
Тема 3	Елементи теорії ігор.	6	6	Звіт
Тема 4	Моделі міжгалузевого балансу	6	8	Звіт
Тема 5	Динамічне програмування та його економічні додатки.	6	12	Звіт
Тема 6	Постановка задачі нелінійного програмування. Теорема Куна-Таккера. Економічні додатки нелінійного програмування: чисельні моделі.	6	15	Звіт
<b>Разом годин</b>		<b>72</b>		

### ТЕМА 1. ОПТИМІЗАЦІЙНІ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ. ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ. ЗАСТОСУВАННЯ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ В МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЯХ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНУВАННЯ.

#### Задачі для самостійного розв'язання

У наведених далі задачах:

- а) побудуйте економіко-математичні моделі початкової й двоїстої задач;
- б) приведіть задачі до канонічного виду й дайте економічне тлумачення основних й допоміжних змінних двох задач;
- в) з наведеної останньої симплексної таблиці початкової задачі запишіть оптимальні плани  $\bar{x}_0$  і  $\bar{y}_0$ ;
- г) визначте дефіцитні й недефіцитні ресурси, рентабельну та збиткову продукцію;
- д) знайдіть межі зміни обсягів дефіцитних ресурсів, в котрих оцінка ресурсу залишається сталою (аналіз двоїстих оцінок на стійкість);
- е) знайдіть межі зміни обсягів недефіцитних ресурсів;
- є) знайдіть межі зміни цін на рентабельну і нерентабельну продукцію, в котрих структура оптимального плану початкової задачі не змінюється;
- ж) в якому випадку розширення асортименту випуску за рахунок введення нової продукції буде доцільним, чи недоцільним?

**№1.1.** Розрахувати максимальний прибуток цеху від продажу виробів №1 та №2, якщо задані ресурси (листи металу, пластмаса, деревина, гроші, трудові ресурси), норми витрат та прибуток від одного виробу.

Таблиця 1.1.

Дані для складання математичної моделі по випуску виробів №1, №2.

Вид ресурсу	Запаси ресурсів	Норми витрат	
		Виріб №1	Виріб №2
Листи металу	4	0,08	0,1
Пластмаса	4	0,095	0,35
Деревина	2,5	0,05	0,083
Гроші	8	0,42	0,13
Трудові ресурси	4	0,1	0,2
Кількість виробів, шт.		$X_1$	$X_2$
Прибуток за 1 виріб, грн/шт.		1,2	1,6

**№1.2.** Розрахувати максимальний прибуток цеху від продажу радіоприймачів №1 та №2, якщо задані ресурси (мікросхеми, транзистори, резистори, гроші, трудові ресурси), норми витрат та прибуток від одного приладу.

Таблиця 1.2.

Дані для складання математичної моделі по випуску радіоприймачів №1, №2.

Вид ресурсу	Запаси ресурсів	Норми витрат	
		Радіо №1	Радіо №2
Мікросхеми	20	0,9	6
Транзистори	30	3	0,8
Резистори	25	5	1,1
Гроші	14	1	3,5
Трудові ресурси	10	0,9	0,4
Кількість радіоприймачів, шт.		$X_1$	$X_2$
Прибуток за 1 радіоприймач, грн/шт.		0,5	1

**№1.3.** Розрахувати, скільки сільськогосподарському підприємству потрібно купити добрив №1 та №2 для отримання з них загальної суміші, якщо задані по кожному з добрив: скільки в одному кілограмі вміщується аміаку, суперфосфату, калію, натрію та вартість одного кілограма добрива. Отримати мінімальну потрібну загальну вагу та вартість добрив №1 та №2 у



суміші, яка повинна вміщувати не менше заданої потрібної кількості компонентів (аміаку, суперфосфату, калію, натрію).

Таблиця 1.3.

Дані для складання математичної моделі по випуску суміші добрив №1, №2.

Види матеріалів	Загальна вага добрива в суміші, кг	Ціна 1 кг добрива, грн/кг	Вага компонентів [у.о.] в одному кг добрива			
			Аміак	Суперфосфат	Калій	Натрій
Добриво №1	$X_1$	0,8	0,9	0,5	4	0,8
Добриво №2	$X_2$	0,7	0,1	1	1,2	
Потрібна вага компонента в суміші, у.о.			8	8	2	4

**№1.4.** Розрахувати, скільки сільськогосподарському підприємству потрібно використати кормів №1 та №2 для отримання з них загальної суміші, якщо задані по кожному з кормів: скільки в одному кілограмі вміщується білка, вітаміну А, вітаміну В, вітаміну С та вартість одного кілограма корму. Отримати мінімальну загальну вагу та вартість кормів №1 і №2 у суміші, яка повинна вміщувати не менше заданої потрібної кількості компонентів (білка, вітаміну А, вітаміну В, вітаміну С).

Таблиця 1.4.

Дані для складання математичної моделі по випуску суміші кормів №1, №2.

Види матеріалів	Загальна вага корму в суміші, кг	Ціна 1 кг матеріала, грн/кг	Вага компонентів [у.о.] в одному кг корму			
			Білок	А	В	С
Корм №1	$X_1$	0,5	0,22	0,3		1,3
Корм №2	$X_2$	0,6	0,24	0,6	1	3
Потрібна вага компонента в суміші, у.о.			2	5	0,5	4

**№1.5.** Розрахувати, скільки сім'ї потрібно використати для споживання продуктів №1 та №2, якщо задані по кожному з продуктів: скільки в одному кілограмі вміщується білка, вітаміну А, вітаміну В, вітаміну С та вартість одного кілограма продуктів. Отримати мінімальну загальну вагу та вартість продуктів №1 та №2 у суміші, за умови, що у сукупності всі продукти

повинні вміщувати не менше заданої потрібної кількості компонентів (білка, вітаміну А, вітаміну В, вітаміну С).

Таблиця 1.5.

Дані для складання математичної моделі суміші продуктів №1, №2.

Види матеріалів	Загальна вага корму в суміші, кг	Ціна 1 кг матеріала, грн/кг	Вага компонентів [у.о.] в одному кг продуктів			
			Білок	А	В	С
Продукт №1	$X_1$	1,5	16	0,09	4	
Продукт №2	$X_2$	0,9	1	12	–	7
Потрібна вага компонента в суміші, у.о.			10	4	3	2

**№1.6.** Розрахувати максимальний прибуток підприємства від продажу сумішей (пального №1 та №2), якщо задані ресурси (бензин, керосин, дизельне пальне, трудові ресурси), норми витрат та прибуток від кілограма суміші.

Таблиця 1.6.

Дані для складання математичної моделі випуску пального №1, №2.

Вид ресурсу	Запаси ресурсів, кг	Норми витрат на 1 кг пального	
		Пальне №1	Пальне №2
Бензин	70	0,1	0,3
Керосин	300	0,5	0,7
Дизельне пальне	200	0,4	-
Трудові ресурси	12	0,04	0,016
Вага пального, кг		$X_1$	$X_2$
Прибуток за 1кг пального, грн/кг		0,013	0,015

**№1.7.** Розрахувати максимальний прибуток підприємства від продажу сумішей (добрив №1 та №2), якщо задані ресурси (аміак, суперфосфат, калій, натрій, трудові ресурси), норми витрат та прибуток від кілограма суміші. Аміак, суперфосфат, калій, натрій вимірюються в у.о.

Таблиця 1.7.

Дані для складання математичної моделі випуску добрива №1, №2.

Вид ресурсу	Запаси ресурсів,	Норми витрат на 1 кг добрив
-------------	------------------	-----------------------------

	кг	Добриво №1	Добриво №2
Аміак	9	0,1	0,08
Суперфосфат	5	0,1	0,04
Калій	20	-	0,35
Натрій	3	0,44	-
Трудові ресурси	12	0,3	0,15
Вага добрива, кг		$X_1$	$X_2$
Прибуток за 1кг добрива, грн/кг		16	21

**№1.8.** Розрахувати максимальний прибуток підприємства від продажу сумішей (комбікормів для худоби №1 та №2), якщо задані ресурси (зерно, сіно, висівки, добавки, трудові ресурси), норми витрат та прибуток від кілограма суміші.

Таблиця 1.8

Дані для складання математичної моделі випуску комбікормів №1, №2.

Вид ресурсу	Запаси ресурсів, кг	Норми витрат на 1 кг суміші	
		Комбікорм №1	Комбікорм №2
Зерно	15	0,15	0,5
Сіно	1,5	0,05	0,03
Висівки	3,5	0,08	0,1
Добавки	3	0,12	-
Трудові ресурси		0,015	0,016
Вага комбікорму, кг		$X_1$	$X_2$
Прибуток за 1кг комбікорму, грн/кг		44	38

**№1.9.** Розрахувати максимальний прибуток їдальні від продажу порцій печені та котлет, якщо задані ресурси (м'ясо, крупа, картопля, гроші, трудові ресурси), норми витрат та прибуток від однієї порції кожної страви.

Таблиця 1.9.

Дані для складання математичної моделі по випуску страв.

Вид ресурсу	Запаси ресурсів	Норми витрат на 1 страву	
		Печеня	Котлети
М'ясо	5	0,4	0,15
Крупа	6	0,2	0,3
Картопля	4	0,25	0,2
Гроші	3	0,15	0,2
Трудові ресурси		0,06	0,04
Кількість страв, шт.		$X_1$	$X_2$
Прибуток від 1 страви, грн/шт.		27	19

**№1.10.** Розрахувати максимальний прибуток ковбасного цеху від продажу ковбас №1 та №2, якщо задані ресурси (м'ясо, сало, спеції, гроші, трудові ресурси), норми витрат та прибуток від одного кілограма кожної з ковбас.

Таблиця 1.10.

Дані для складання математичної моделі по випуску ковбаси.

Вид ресурсу	Запаси ресурсів	Норми витрат на 1 кг ковбаси	
		Ковбаса №1	Ковбаса №2
М'ясо	10	0,7	1,3
Сало	5	0,55	0,3
Спеції	0,5	0,025	0,1
Гроші	-	0,02	0,04
Трудові ресурси	2	0,2	0,5
Вага ковбаси, кг		$X_1$	$X_2$
Прибуток від 1 кг ковбаси, грн/кг		0,8	1,2

**№1.11.** Розрахувати максимальний прибуток бару від продажу бутербродів №1 та №2, якщо задані ресурси (хліб, м'ясо, гроші, трудові ресурси), норми витрат та прибуток від одного бутерброда.

Таблиця 1.11.

Дані для складання математичної моделі по випуску бутербродів.

Вид ресурсу	Запаси ресурсів	Норми витрат на 1 бутерброд	
		Бутерброд №1	Бутерброд №2
Хліб	2	0,05	0,1
М'ясо	6	0,15	0,6
Гроші	-	0,06	0,04
Трудові ресурси	3	0,1	0,12
Кількість бутербродів, шт.		$X_1$	$X_2$
Прибуток від 1 бутерброду, грн/шт.		3,4	3,1

**№1.12.** Розрахувати максимальний прибуток цеху від продажу іграшок №1 та №2, якщо задані ресурси (шкіра, вата, фарба, гроші, трудові ресурси), норми витрат та прибуток від однієї іграшки.

Таблиця 1.12.

Дані для складання математичної моделі по випуску іграшок.

Вид ресурсу	Запаси ресурсів	Норми витрат на 1 іграшку	
		Іграшка №1	Іграшка №2
Шкіра	10	0,1	0,2
Вата	8	0,4	0,08
Фарба	2	0,08	0,03
Гроші	3	0,1	0,035
Трудові ресурси	5	0,15	0,05
Кількість іграшок, шт.		$X_1$	$X_2$
Прибуток від 1 іграшки, грн/шт.		30	31,5

**№1.13.** Розрахувати максимальний прибуток цеху від продажу чоловічого та жіночого взуття, якщо задані ресурси (шкіра, гума, гроші, трудові ресурси), норми витрат та прибуток від однієї пари взуття.

Таблиця 1.13.

Дані для складання математичної моделі по випуску взуття.

Вид ресурсу	Запаси ресурсів	Норми витрат на 1 пару взуття	
		Чоловіче взуття	Жіноче взуття
Шкіра	12	0,1	0,3
Гума	9	0,3	0,09
Гроші	4	0,1	0,06
Трудові ресурси	5	0,1	0,08
Кількість пар взуття, пара		$X_1$	$X_2$
Прибуток від 1 пари взуття, грн/пара		12	15

**№1.14.** Визначити максимальну можливу кількість гідролокаторів №1 та №2, яку може випускати підприємство при таких даних:

- мінімальна припустима надійність обох гідролокаторів – 95%.
- виробництво є рентабельним, якщо випускає не менше  $5A$  гідролокаторів (тут  $A = \sqrt{N}$ , де  $N$  - порядковий номер студента у групі);
- максимальна виробнича потужність підприємства – не більша за  $30A$  гідролокаторів;
- надійність гідролокаторів (якщо їх випускати не більше 10 шт): 96,5% для гідролокатора №1 та 97,5% для гідролокатора №2;
- на кожні  $A$  шт. додаткових гідролокаторів (які випускаються понад 10 шт.) надійність знижується: на 0,1% для гідролокатора №1 та на 0,15% для гідролокатора №2.

**№1.15.** Розрахувати максимальний прибуток від продажу виробів №1 та №2. Дані для розрахунків наведені у табл.1.16.1 та 1.16.2. Наявні ресурси є випадковою величиною з рівномірним розподілом у вказаних межах. Знайти графо-аналітичним методом значення змінних за ймовірності  $P=(0,8 - 0,01 * N)$  у забезпеченні наявності потрібних ресурсів.

Таблиця 1.15.

Дані для складання математичної моделі продажу приладів.

Вид ресурсу	Запаси ресурсів	Норми витрат на 1 прилад	
		Прилад №1	Прилад №2
Мідь	2	0,06	0,1
Залізо	3	0,002	0,4
Гроші	4	0,1	0,06
Кількість приладів, шт.		$X_1$	$X_2$
Прибуток від продажу 1 приладу, грн/шт.		12	18

**№1.16.** Показати особливості математичної моделі задачі стохастичного програмування.

Свиноферма може купувати три види збіжжя, яке може мати 4 інгредієнти (А, В, С, Д згідно з табл.1.16). Мінімальні потреби у компонентах А, В, С, Д є випадковими величинами, розподіленими рівномірно у відповідних інтервалах, умовних одиниць (у.о). Мінімальну потребу у кількості компонентів потрібно забезпечити з ймовірністю не нижче за 0,8.

Завдання: скласти математичну модель (без її рішення) для визначення ваги потрібного збіжжя по видах та для визначення мінімальних витрат на збіжжя.

Таблиця 1.16.

Визначення мінімальних витрат на комбікорми.

Інгредієнти у складі суміші	Уміст інгредієнтів у збіжжі виду (у.о./кг)			Мінімальна потреба у компонентах на запланований термін, у.о.
	1	2	3	
А	2	3	7	130–150
В	7	0	1	30–230
С	4	2	5	800–140
Д	1	3	2	25–75
Вага збіжжя, кг	$X_1$	$X_2$	$X_3$	-
Вартість збіжжя	40	30	80	-

**№1.17.** Показати особливості математичної моделі задачі стохастичного програмування.

Ливарному підприємству потрібно чотири види металів ( $M_1, M_2, M_3, M_4$  згідно з табл.1.17), які містяться у трьох видах сплавів. Розрахунок проводять в умовних одиницях (у.о). Мінімальні потреби у металах  $M_1, M_2, M_3, M_4$  є випадковими величинами, розподіленими рівномірно у відповідних інтервалах в умовних одиницях. Мінімальну потребу у кількості металів потрібно забезпечити з ймовірністю не нижче за 0,8.

Завдання: скласти математичну модель (без рішення) для визначення ваги потрібних сплавів по видах та мінімальних витрат на сплави.

Таблиця 1.18.

Визначення мінімальних витрат на сплави.

Елементи у складі сплаву	Уміст металів в одиниці сплаву виду, у.о./кг			Мінімальна потреба у металах $M_1$ - $M_2$ на запланований термін, у.о.
	1	2	3	
$M_1$	2	3	7	20–140
$M_2$	7	0	1	60–180
$M_3$	4	2	5	45–105
$M_4$	1	3	2	30–130
Вага сплавів, кг	$X_1$	$X_2$	$X_3$	-
Вартість сплавів, грн/кг	15	50	70	-

**№1.18.** Показати особливості математичної моделі задачі стохастичного програмування.

Для виробництва медикаменту потрібно чотири види елементів ( $E_1, E_2, E_3, E_4$  згідно з табл.1.19), які містяться у трьох видах сировини. Розрахунок проводять в умовних одиницях (у.о.). Мінімальні потреби у елементах  $E_1, E_2, E_3, E_4$  є випадковими величинами, розподіленими рівномірно у відповідних інтервалах в умовних одиницях. Мінімальну потребу у кількості елементів потрібно забезпечити з ймовірністю не нижче за 0,9.

Завдання: скласти математичну модель (без її рішення) для визначення ваги потрібної сировини по видах та мінімальних витрат на сировину.

Визначення мінімальних витрат на сировину для медикаменту.

Елементи у складі сировини	Уміст елементів в одиниці сировини виду, у.о./кг			Мінімальна потреба у елементах E1-E4 для медикаменту, у.о.
	1	2	3	
E <sub>1</sub>	2	3	7	40–100
E <sub>2</sub>	7	0	1	50–200
E <sub>3</sub>	4	2	5	40–120
E <sub>4</sub>	1	3	2	35–300
Вага сировини, кг	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	-
Вартість сировини, грн/кг	15	50	70	-

### ТЕСТИ ДО ТЕМИ 1

1. Умовний образ об'єкта управління – це:
  - а) план
  - б) модель
  - в) метод
2. Що впливає на час розробки моделі, прийняття?
  - а) час існування проблеми
  - б) час розробки методів
  - в) розробка моделі
3. Абстрактна модель – це:
  - а) концептуальна
  - б) матеріальна
  - в) фізична
  - г) всі відповіді правильні
4. Моделі з конкретними числовими значеннями – це:
  - а) математичні
  - б) макроекономічні
  - в) мікроекономічні
  - г) числові
5. Моделі, які описують економіку, пов'язуючи між собою матеріальні і фінансові показники – це:
  - а) дискретні
  - б) нормативні
  - в) мікроекономічні
  - г) макроекономічні
6. Моделі, що описують взаємодію структурних і функціональних складових, або поведінку окремої фірми – це моделі:



- а) макроекономічні
- б) теоретичні
- в) прикладні
- г) мікроекономічні
- д) нормативні

7. Моделі, що дозволяють вивчити загальні властивості економіки та її характерних елементів за допомогою дедукції висновків із формальних передумов – це моделі:

- а) теоретичні
- б) числові
- в) висновкові
- г) рівноважні

8. Моделі, що дають можливість оцінити параметри функціонування конкретного економічного об'єкта і сформулювати рекомендації для прийняття практичних рішень – це моделі:

- а) практичні
- б) теоретичні
- в) прикладні
- г) емпіричні

9. Які моделі описують такий стан економіки, коли результативна усіх сил, які намагаються вивести систему з даного стану, дорівнює нулю?

- а) мікроекономічні
- б) нульові
- в) рівноваги

10. В яких моделях знаходиться найкраще рішення на основі конкретного критерію оптимальності?

- а) оптимістичних
- б) оптимізації
- в) стохастичних
- г) статичних

11. В яких моделях описується стан економічного об'єкта в конкретний момент або період часу?

- а) динамічних
- б) стохастичних
- в) детермінованих
- г) статичних

12. Які моделі включають взаємозв'язки змінних у часі?

- а) детерміновані
- б) динамічні

в) стохастичні

г) статистичні

13. Моделі, які передбачають жорсткі функціональні зв'язки між змінними моделі?

а) статичні

б) детерміновані

в) стохастичні

г) статичні

14. Моделі, які припускають наявність випадкового впливу на показники, що досліджуються – це моделі:

а) оптимізації

б) статичні

в) стохастичні

г) динамічні

д) детерміновані

15. Які параметри необхідно визначити при побудові схеми моделі?

16. Перечисліть основні етапи побудови моделі

## ТЕМА 2. ТРАНСПОРТНА ЗАДАЧА, ПОСТАНОВКА, МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТА АНАЛІЗУ.

Завдання для самостійної роботи

№ 2.1. Компанія контролює три фабрики  $A_1, A_2, A_3$ , здатні виготовляти 150, 60 та 80 тис. од. продукції щотижня. Компанія уклала договір із чотирма замовниками  $B_1, B_2, B_3, B_4$ , яким потрібно щотижня відповідно 110, 40, 60 та 80 тис. од. продукції. Вартість виробництва та транспортування 1000 од. продукції замовникам з кожної фабрики наведено в таблиці.

Фабрика	Вартість виробництва і транспортування 1000 од. продукції за замовниками			
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	4	4	2	5
$A_2$	5	3	1	2
$A_3$	2	1	4	2

Визначити для кожної фабрики оптимальний план перевезення продукції до замовників, що мінімізує загальну вартість виробництва і транспортних послуг.

Передбачено штрафи за недопостачання одиниці продукції до споживачів  $B_1, B_2, B_3$  у розмірі відповідно 5, 3 та 2 ум. од. Визначити оптимальний план такої транспортної задачі:

$$a_i = (10; 80; 15);$$
$$b_j = (75; 20; 50);$$
$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ 6 & 4 & 6 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

№ 2.2. Розв'язати задачу 5.2 за умови, що вартість збереження та переробки невивезеної продукції в господарствах  $A_1, A_2$  і  $A_3$  дорівнює відповідно 2, 4 та 1 ум. од.

№ 2.3. Розв'язати транспортну задачу:

$$a_i = (80; 40; 60; 40);$$

$$b_j = (70; 60; 80);$$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 3 \\ 5 & 8 & 3 \\ 6 & 1 & 4 \\ 8 & 2 & 2 \end{pmatrix},$$

якщо вартість зберігання одиниці невивезеної продукції у постачальників  $A_1, A_2, A_3, A_4$  дорівнює відповідно 5, 4, 2 та 3 ум. од.

**№ 2.4.** Розв'язати транспортну задачу за умови, що вартість зберігання невивезеної продукції в постачальників  $A_1, A_2, A_3$  дорівнює відповідно 8, 7 та 5 ум. од. за одиницю продукції:

$$a_i = (60; 90; 50);$$

$$b_j = (30; 80; 20; 40);$$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 8 & 1 \\ 6 & 5 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

**№ 2.5.** У незбалансованій транспортній задачі загальний попит перевищує загальний обсяг виробництва на 10 ум. од. продукції. За недопостачання продукції споживачам умовою задачі передбачаються штрафи в розмірі 6 та 4 ум. од. за кожну одиницю продукції відповідно для першого та другого постачальників. Визначити оптимальний план такої транспортної задачі:

$$a_i = (10; 10; 30; 20);$$

$$b_j = (20; 30; 20; 10);$$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 3 \\ 6 & 3 & 4 & 1 \\ 5 & 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}.$$

**№ 2.6.** У незбалансованій транспортній задачі призначено плату за зберігання кожної одиниці невивезеної продукції від постачальників у розмірі відповідно 5, 4 та 3 ум. од.. Визначити оптимальний план задачі, якщо висунуто таку додаткову умову: уся продукція від другого постачальника має бути вивезена повністю для того, щоб звільнилося місце для нової продукції.

$$a_i = (20; 40; 30);$$

$$b_j = (30; 20; 20);$$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

**№ 2.7.** Розв'язати транспортну задачу:

$$a_i = (20; 16; 14; 22);$$

$$b_j = (16; 18; 12; 15);$$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 9 & 7 \\ 3 & 2 & 6 & 1 \\ 5 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & 5 & 8 & 1 \end{pmatrix}.$$

Додаткова умова: ресурси четвертого постачальника використати повністю.

**№ 2.8.** Розв'язати транспортну задачу:

$$a_i = (10; 8; 15; 12);$$

$$b_j = (15; 10; 5; 20);$$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 6 & 2 \\ 4 & 12 & 8 & 5 \\ 6 & 3 & 5 & 8 \end{pmatrix}.$$

Додаткова умова: попит першого та четвертого споживачів задовольнити повністю.

**№ 2.9.** Розв'язати транспортну задачу:

$$a_i = (75; 80; 70);$$

$$b_j = (30; 70; 70; 35);$$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Додаткова умова: ресурси першого та третього постачальників використати повністю.

**№ 2.10.** Розв'язати транспортну задачу:

$$a_i = (40; 30; 20; 40);$$

$$b_j = (20; 40; 30);$$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}.$$

Додаткова умова: ресурси першого та другого постачальників в оптимальному плані використати повністю.

**№ 2.11.** Визначити оптимальний план транспортної задачі:

$$\begin{aligned} a_i &= (75; 40; 35; 40); \\ b_j &= (20; 60; 180); \end{aligned} \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 6 \\ 4 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 9 \\ 4 & 6 & 8 \end{pmatrix},$$

в якій потрібно повністю задовольнити попит третього споживача та неможливо виконувати перевезення за маршрутами  $A_1B_2$  та  $A_3B_1$ .

**№ 2.12.** Знайти оптимальний план транспортної задачі:

$$\begin{aligned} a_i &= (80; 40; 60; 40); \\ b_j &= (45; 65; 20; 80); \end{aligned} \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 7 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 8 \\ 6 & 4 & 10 & 7 \\ 8 & 5 & 9 & 10 \end{pmatrix}.$$

Додаткові умови: повністю використати ресурси четвертого постачальника та не виконувати перевезення за маршрутами  $A_2B_3$  та  $A_3B_4$ .

**№ 2.13.** Розв'язати транспортну задачу:

$$\begin{aligned} a_i &= (5; 20; 10; 15); \\ b_j &= (10; 25; 15; 5); \end{aligned} \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 \\ 3 & 6 & 8 & 6 \\ 8 & 6 & 1 & 10 \\ 4 & 3 & 2 & 8 \end{pmatrix}.$$

Додаткова умова: попит другого споживача задовольнити повністю та за маршрутом  $A_2B_3$  перевезти рівно 10 од. продукції.

**№ 2.14.** Визначити оптимальний план транспортної задачі:

$$\begin{aligned} a_i &= (10; 20; 20; 30); \\ b_j &= (20; 15; 25; 10); \end{aligned} \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 & 7 \\ 4 & 7 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 5 & 8 \\ 5 & 4 & 3 & 6 \end{pmatrix},$$

якщо ресурси четвертого постачальника потрібно використати повністю і за маршрутом  $A_4B_3$  перевезти 20 од. продукції.

**№ 2.15.** Розглянути транспортну задачу, в якій необхідно перевезти деяку продукцію від постачальників  $A_1, A_2, A_3$  до споживачів  $B_1, B_2, B_3, B_4$  через проміжні пункти  $D_1, D_2, D_3$ . Запаси продукції у постачальників, попит споживачів та місткість складів відповідно  $a_i = (200; 220; 380)$ ,  $b_j = (150; 50; 350; 250)$ ,  $d_{i(j)} = (350; 200; 400)$ .

Вартість перевезення одиниці продукції від постачальників на склади та зі складів до споживачів наведено в таблицях.

A	D		
	D1	D2	D3
A1	5	2	5
A2	3	1	3
A3	4	7	5

D	B			
	B1	B2	B3	B4
D1	3	2	5	2
D2	7	1	3	1
D3	8	5	6	5

Перевезення продукції зі складу на склад неприпустиме.

Визначити оптимальний план поставленої транспортної задачі, який забезпечує найменші загальні витрати на перевезення необхідної продукції від постачальників до споживачів.

**№ 2.16.** Розв'язати двохетапну транспортну задачу  $a_i = (400; 200; 300)$ ,  $b_j = (300; 200; 350; 50)$ ,  $d_{i(j)} = (250; 250; 500)$ .

A	D		
	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>
A1	2	1	3
A2	5	6	3
A3	3	4	5

D	B			
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>
D1	4	1	5	7
D2	1	2	3	6
D3	3	8	5	2

Неприпустиме перевезення продукції зі складу на склад.

**№ 2.17.** Розглянути транспортну задачу з проміжними пунктами, в якій кількість складів менша за ресурси постачальників. У такій ситуації дозволене транзитне перевезення продукції безпосередньо від постачальників  $A_1$  та  $A_2$  до першого споживача. Вартість перевезення одиниці продукції за транзитними маршрутами  $A_1B_1$  та  $A_2B_1$  становить відповідно 6 та 5 ум. од.;  $a_i = (200; 300)$ ,  $b_j = (250; 100; 150)$ ,  $d_{i(j)} = (100; 150; 150)$ .

A	D		
	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>
A1	7	8	9
A2	5	4	3

D	B		
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>
D1	7	2	3
D2	1	5	2
D3	8	9	4

Визначити оптимальний план поставленої задачі.

**№ 2.18.** Розглянути двохетапну транспортну задачу, в якій дозволене пряме перевезення продукції від першого постачальника до споживачів  $B_1, B_2, B_3, B_4$ . Вартість перевезення одиниці продукції за транзитними маршрутами дорівнює відповідно 3, 4, 5, 3 ум. од.;  $a_i = (300; 200; 100)$ ,  $b_j = (150; 50; 200; 200)$ ,  $d_{i(j)} = (250; 250)$ .

A	D	
	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>
A1	2	1
A2	1	3
A3	6	2

D	B			
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>
D1	5	3	1	2
D2	8	3	2	4

**№ 2.19.** Районне агропромислове об'єднання складається з трьох господарств  $A_1, A_2, A_3$ , що спеціалізуються на вирощуванні ранніх овочів. Кожне господарство щотижня збирає відповідно 50, 30 та 20 т овочів, які необхідно відправляти в чотири магазини  $B_1, B_2, B_3, B_4$ . Магазини бажають



отримувати ранні овочі в кількості відповідно 30, 30, 10 та 20 т. Вартість перевезення 1 т овочів від господарства до магазинів наведено в таблиці.

Господарство	Вартість перевезення 1 т овочів у магазини			
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	2	3	4	2
$A_2$	5	7	1	4
$A_3$	9	4	3	2

Визначити такий план перевезення овочів до магазинів, за якого загальні витрати агропромислового об'єднання будуть найменшими.

**№ 2.20.** Три нафтопереробних заводи  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ , із максимальною щоденною продуктивністю відповідно 30, 20, 15 тис. т бензину забезпечують чотири бензосховища  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ ,  $B_4$ , потреба яких становить відповідно 10, 20, 25 та 20 тис. т бензину. Бензин транспортується до бензосховищ за допомогою трубопроводів. Вартість перекачування 1000 т бензину від заводів до сховищ (в умовних одиницях) наведено в таблиці.

Завод	Вартість, ум. од., перекачування 1000 т бензину до сховищ			
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	4	5	3	7
$A_2$	7	6	2	5
$A_3$	2	3	9	8

Сформулювати та розв'язати відповідну транспорту задачу з неодмінним виконанням таких умов:

- 1) повністю задовольнити попит бензосховища  $B_4$ ;
- 2) недопостачання бензину до сховища  $B_2$  штрафується 5 ум. од. вартості за кожні 1000 т бензину;
- 3) у зв'язку з виконанням ремонтних робіт на трубопроводі постачання бензину із заводу  $A_1$  до сховища  $B_1$  тимчасово неможливе.

**№ 2.21.** Виробниче об'єднання складається з трьох філіалів  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ , які виготовляють однорідну продукцію в кількості відповідно 1000, 1500 та 1200 од. на місяць. Ця продукція відправляється на два склади  $D_1$ ,  $D_2$  місткістю

відповідно 2500 та 1200 од., а потім — до п'яти споживачів  $B_1, B_2, \dots, B_5$ , попит яких становить відповідно 900, 700, 1000, 500 і 600 од. Вартість перевезення одиниці продукції (в умовних одиницях) від виробника на склад, а потім зі складів — до споживачів наведено в таблицях.

A	Вартість, ум. од., перевезення від виробника на склад				
	$D_1$	$D_2$			
$A_1$	2	8			
$A_2$	3	5			
$A_3$	1	4			
Завод	Вартість, ум. од., перевезення із складів до споживачів				
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$
$D_1$	1	3	8	5	4
$D_2$	2	4	5	3	1

Крім того, за індивідуальними контрактами можливі також безпосередні поставки продукції з першого філіалу до другого споживача, а також з третього філіалу — до четвертого споживача. Вартість транспортування одиниці продукції за транзитним маршрутом  $A_1B_2$  дорівнює 3 ум. од., а за маршрутом  $A_3B_4$  — 4 ум. од. Перевезення продукції зі складу на склад неприпустиме.

Сформулювати поставлену задачу як транспортну з проміжними пунктами (двоетапну) та визначити її оптимальний план.

### Запитання і завдання для самостійної роботи

1. Дайте економічну і математичну постановку транспортної задачі.
2. Чим відрізняється транспортна задача від загальної задачі лінійного програмування?
3. Сформулюйте необхідну і достатню умову існування розв'язку транспортної задачі.
4. Які властивості опорних планів транспортної задачі.
5. Чим відрізняється відкрита транспортна задача від закритої?
6. Як перетворити відкриту транспортну задачу на закриту?
7. Які ви знаєте методи побудови опорного плану?

8. Опишіть економічну і математичну постановку класичної транспортної задачі.
9. Чим відрізняється транспортна задача від загальної задачі лінійного програмування?
10. Сформулюйте необхідну і достатню умови існування розв'язку транспортної задачі.
11. Які ви знаєте властивості опорних планів транспортної задачі?
12. Чим відрізняється відкрита транспортна задача від закритої?
13. Як перетворити відкриту транспортну задачу на закриту?
14. Які ви знаєте методи побудови опорного плану?
15. Що означає «виродження» опорного плану? Як його позбутися?
16. Назвіть етапи алгоритму методу потенціалів.
17. Як обчислюють потенціали? Назвіть умови оптимальності транспортної задачі.
18. Труднощі розв'язку задач нелінійного програмування.
19. Яка задача математичного програмування називається цілочисельною?
20. Наведіть приклади економічних задач, що належать до цілочисельних.
21. Як геометрична можна інтерпретувати розв'язок задачі цілочисельного програмування?

Тестове завдання.

Які із планів транспортної задачі змінено вірно?

Початковий план:				
	1	3	5	10
	-	-	10	
	4	2	4	40
	25	15	-	
	2	4	9	30
	-	20	10	
	25	35	20	80

$$1) X = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 15 & 25 & 0 \\ 0 & 10 & 20 \end{pmatrix}$$

$$2) X = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 0 \\ 25 & 15 & 0 \\ 0 & 10 & 20 \end{pmatrix}$$

$$3) X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 10 \\ 5 & 35 & 0 \\ 0 & 20 & 10 \end{pmatrix}$$

$$4) X = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 5 \\ 20 & 20 & 0 \\ 0 & 15 & 15 \end{pmatrix}$$

$$5) X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 10 \\ 5 & 35 & 0 \\ 20 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$

### ТЕМА 3 ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ІГОР.

Завдання для самостійної роботи

**№ 3.1.** Диспетчер автобусного парку (ОПР) у літні місяці в кінці кожного тижня повинен прийняти рішення про доцільність виділення додаткових автобусів на замиський маршрут. ОПР має три варіанти рішень: збільшити кількість автобусів на 10 (стратегія  $P_1$ ), збільшити цю кількість на 5 (стратегія  $P_2$ ), або залишити без зміни звичайне число автобусів на лінії (стратегія  $P_3$ ). Можливі два стани погоди:  $Q_1$  - погана погода,  $Q_2$  - хороша погода, причому в момент прийняття рішення немає можливості визначити очікуване стан погоди. Якщо у вихідні дні буде хороша погода і багато бажаючих виїхати за місто, а виділено мало автобусів, то парк понесе збитки, пов'язані з недоотриманим прибутком. Якщо ж виділено додаткові автобуси, а погода буде поганою, то виникнуть втрати внаслідок експлуатації незаповнених автобусів.

Нехай на основі аналізу статистичних даних за певний період встановлена функція втрат для можливих комбінацій станів природи і рішень ОПР у вигляді матриці гри  $A(P_iQ_j)$ , в якій негативні значення показують додатковий прибуток, а позитивні - втрати:

$$A = \begin{matrix} P_1 & \left( \begin{array}{cc|c} 4 & -5 & \\ \hline & & \end{array} \right) \\ P_2 & \left( \begin{array}{cc|c} 2 & 2 & \\ \hline & & \end{array} \right) \\ P_3 & \left( \begin{array}{cc|c} 0 & 6 & \\ \hline & & \end{array} \right) \end{matrix}$$

**№ 3.2.** Швейне підприємство, що випускає дитячі сукні та костюми, реалізує свою продукцію через фірмовий магазин. Збут продукції залежить від стану погоди. За даними минулих спостережень, підприємство протягом квітня - травня в умовах теплої погоди може реалізувати 600 костюмів і 1975 суконь, а при прохолодній погоді - 1000 костюмів і 625 суконь. Відомо, що витрати на одиницю продукції протягом зазначених місяців склали для костюмів 270 грн., для суконь 80 грн., а ціна реалізації дорівнює відповідно 748 грн. і 316 грн. (цифри умовні).

Завдання полягає в максимізації середньої величини прибутку від реалізації випущеної продукції з урахуванням невизначеності погоди в аналізовані місяці. Таким чином, служба маркетингу підприємства повинна в цих умовах

визначити оптимальну стратегію підприємства, що забезпечує при будь-якій погоді певний середній дохід. Вирішимо цю задачу методами теорії ігор, гра в цьому випадку буде ставитися до типу ігор з природою.

Для даної платіжної матриці:

- знайти нижню і верхню ціни гри;
- спростити дану платіжну матрицю, виключивши з неї домінованих рядки і стовпці, відповідні свідомо не вигідним стратегіям гравців;
- виявити активні стратегії гравців і знайти рішення гри: змішані стратегії гравців і ціну гри.

№ 3.3.

1	-1	-1	3
-1	1	0	-3
-2	2	3	1

№ 3.4.

1	3	5	7
7	4	3	1
4	4	4	3

№ 3.5.

-2	0	2	4
4	2	0	-2
1	0	0	1

№ 3.6.

1	6	3	-3
2	4	3	5
3	2	5	-3

№ 3.7.

1	4	9	16
16	9	4	1
10	10	10	15

№ 3.8.

1	9	1	5
2	4	4	4
3	1	9	6

№ 3.9.

7	5	3	1
1	3	5	7
4	4	4	3
0	5	5	0

№ 3.10.

0	1	-1	0
-1	0	0	1
2	-2	1	0
-2	2	0	1

№ 3.11.

3	-3	4	-4
-3	3	-4	-4
4	-4	3	-3
-4	4	-3	3

№ 3.12.

0	1	2	3	4
1	2	4	6	3
0	3	2	1	5

№ 3.13.

0	-1	1	2	-2
-1	0	-1	-2	2
0	0	0	3	-3

№ 3.14.

5	-5	3	-3
-5	5	-3	4
-1	0	0	1

№ 3.15.

1	2	1	3	2
2	1	4	4	4
1	3	4	4	4
3	1	1	5	4

№ 3.16.

6	3	2	0
0	2	4	6
3	3	3	2
-1	4	4	-1

№ 3.17.

4	2	0	-2
-2	0	2	4
1	1	1	0
-3	2	2	-3

№ 3.18.

1	3	2	1	2
3	1	3	2	4
5	0	3	3	3

№ 3.19.

0	2	1	0	1
2	0	2	1	3
4	-1	2	2	2

№ 3.20.

9	-9	0
-9	5	1
0	1	-1

№ 3.21.

5	-5	3	4
-5	5	4	2
1	1	1	-1
0	0	-1	1
1	0	1	-1

№ 3.22.

5	-5	3
-5	5	4
1	1	1
0	0	-1
1	0	1

№ 3.23.

0	1	2	3
1	0	3	2
2	3	0	1
3	2	1	0

№ 3.24.

-1	1	2	1	2
1	-1	3	2	4
3	0	3	3	3

№ 3.25.

-2	0	1	0	1
0	-2	2	1	3
4	-1	2	2	2

№ 3.26.

1	2	3
2	3	2
3	2	1

### Тести з теорії ігор

- Конфліктна ситуація описується за допомогою:
  - симплекс-методу;
  - M-методу;
  - гри;
  - графічного методу.
- Учасники конфліктної ситуації називаються:
  - гравцями;
  - конфліктуючими сторонами;
  - стратегами;
  - інші варіанти.
- Яка з складових гри не існує:
  - кількість гравців;
  - множина стратегій кожного з гравців;
  - наявність функцій виграшу;
  - особистий хід.
- Якщо гра складається з двох гравців, вона називається:
  - дует;
  - парною;
  - скінченою;
  - обмеженою.
- Кожний гравець повинен мати не менше:
  - однієї стратегії;
  - двох стратегій;
  - трьох стратегій;
  - чотирьох стратегій.

6. Гра двох осіб з нульовою сумою – це:
  - а) виграш одного дорівнює програшу другого;
  - б) виграш одного дорівнює виграшу другого;
  - в) програш одного дорівнює програшу другого;
  - г) інші варіанти.
7. Антагоністичні ігри – це:
  - а) ігри, які мають протилежні інтереси;
  - б) ігри, коли виграш одного дорівнює програшу другого;
  - в) ігри, коли інтереси співпадають;
  - г) ігри, коли програш одного дорівнює програшу другого;
8. Матричними називаються антагоністичні ігри, в яких гравці мають:
  - а) скінченну множину стратегій;
  - б) нескінченну множину стратегій;
  - в) по дві стратегії кожен;
  - г) функцію виграшу.
9. Нижня ціна гри – це:
  - а) мінімальний виграш гравця А, якщо гравець В застосує всі свої чисті стратегії;
  - б) максимальний програш гравця А;
  - в) мінімальний виграш гравця В;
  - г) максимальний програш гравця В.
10. Гра в чистих стратегіях – це:
  - а) парна гра із сідловою точкою;
  - б) скінченна гра двох гравців;
  - в) антагоністичні ігри;
  - г) гра конфліктуючих сторін.
11. Гра з не нульовою сумою – це:
  - а) виграш одного дорівнює програшу другого;
  - б) коли гравці координують свої дії;
  - в) програш одного дорівнює програшу другого;
  - г) коли учасникам не вигідно інформувати партнера про свою стратегію.
12. Ігри з ненульовою сумою поділяються на:
  - а) коперативні;
  - б) некоперативні;
  - в) позиційні;
  - г) ігри в чистих стратегіях.
13. Позиції, які не мають альтернатив, називаються ;
  - а) початковими;
  - б) кінцевими;
  - в) завершальними;
  - г) графами.
14. Шлях від вихідної до завершальної називається:
  - а) критичним;

- б) партіями;
  - в) резервом;
  - г) дуга.
15. Вершини граф називаються:
- а) подіями;
  - б) позиціями;
  - в) моделями;
  - г) стратегіями.
16. Позиційна модель стосунків може мати:
- а) довільну кількість гравців;
  - б) не менше двох;
  - в) одного гравця з кількома стратегіями;
  - г) інші варіанти.
17. Точка рівноваги гри використовується для:
- а) позиційної гри;
  - б) кооперативної гри;
  - в) некооперативної гри з ненульовою сумою;
  - г) некооперативної гри з нульовою сумою.
18. У некооперативних іграх гравці приймають рішення:
- а) незалежно один від одного;
  - б) залежно один від одного;
  - в) щоб виграш одного дорівнював програшу другого;
  - г) щоб виграш був максимальним.
19. Кооперативною грою називається гра з ненульовою сумою, в якій гравцям дозволяється:
- а) створювати коаліції;
  - б) створювати конфліктні ситуації;
  - в) не узгоджувати перед грою свої дії;
  - г) шукати точку рівноваги.
20. Правдоподібна загроза виникає у:
- а) позиційних іграх;
  - б) непозиційних іграх;
  - в) антагоністичних;
  - г) кооперативних.



## ТЕМА 4. МОДЕЛІ МІЖГАЛУЗЕВОГО БАЛАНСУ

### Завдання для самостійної роботи

На підставі даних, наведених у таблиці, обчислити коефіцієнти прямих і повних матеріальних витрат.

#### № 4.1.

Галузь	Прямі міжгалузеві потоки			Кінцева продукція
	1	2	3	
1	50	60	80	60
2	25	90	40	25
3	25	60	40	35

#### № 4.2.

Галузь	Прямі міжгалузеві потоки			Кінцева продукція
	1	2	3	
1	40	18	25	21
2	16	9	25	16
3	80	45	50	75

#### № 4.3.

Галузь	Прямі міжгалузеві потоки			Кінцева продукція
	1	2	3	
1	18	36	25	1
2	45	90	25	20
3	36	36	50	30

У таблицях, поданих нижче, наведені коефіцієнти прямих математичних витрат та обсяги кінцевої продукції в міжгалузевому балансі для трьох галузей:

#### № 4.4.

Галузь	Прямі міжгалузеві потоки			Кінцева продукція
	1	2	3	
1	0,2	0,2	0,1	50
2	0,5	0,3	0,2	0
3	0,2	0,2	0,4	30

#### № 4.51.

Галузь	Прямі міжгалузеві потоки			Кінцева продукція
	1	2	3	
1	0,3	0,4	0,2	40
2	0,2	0,1	0,3	15
3	0,1	0,5	0,2	10

Потрібно:

1) перевірити умови продуктивності матриці коефіцієнтів прямих витрат;

- 2) обчислити коефіцієнти повних матеріальних витрат;
  - 3) обчислити обсяги валової продукції галузей.
3. На підставі даних таблиць у вправі 2 відтворити схеми міжгалузевого матеріального балансу.

**№ 4.6.** Три цехи підприємства випускають продукцію трьох видів:

Виробництво	Споживання			Кінцева продукція	Валовий продукт
	1	2	3		
1	232,6	51	291,8	200	775,3
2	155,1	255	0	100	510,1
3	232,6	51	145,9	300	729,6
Усього	620,3	357	437,7	600	2015

Частина продукції йде на внутрішнє споживання, решта є кінцевою продукцією. Скласти міжпродуктовий баланс виробництва та розподілу продукції підприємства на плановий період, якщо ставиться завдання щодо планового випуску кінцевої продукції в обсягах відповідно: 250; 100; 360.

**№ 4.7.** Задана матриця коефіцієнтів прямих витрат чотиригалузевого МГБ.

$$A = \begin{bmatrix} 0,52 & 0,12 & 0,04 & 0,20 \\ 0,07 & 0,35 & 0,03 & 0,12 \\ 0,04 & 0,03 & 0,30 & 0,14 \\ 0,05 & 0,03 & 0,04 & 0,20 \end{bmatrix}.$$

Визначити обсяги валової продукції кожної галузі ( $X_1, X_2, X_3, X_4$ ) за умови, що кінцевий платоспроможний попит на продукцію в прогнозованому періоді в порівнянних цінах складе відповідно:

$$Y_1 = 40,3 \text{ млрд грн};$$

$$Y_2 = 21 \text{ млрд грн};$$

$$Y_3 = 1,3 \text{ млрд грн};$$

$$Y_4 = 2,5 \text{ млрд грн}.$$

**№ 4.8.** Який вплив в умовах ринку справить підвищення ціни на продукцію першої галузі в 10 разів на зміну цін в інших галузях? Структуру витрат останнього звітного періоду наведено в таблиці:

Перший і третій квадранти тригалузевого мgb

Галузі-виробники	Галузі-споживачі
------------------	------------------

	1	2	3
1	984,4	173,7	59,1
2	227,1	86,9	136,3
3	37,9	37,2	48,3
Заробітна плата	377,1	351,9	75,4
Прибуток від реалізації	563,5	469,3	173,9
Опосередковані податки	207,6	0,0	40,0
Дотації	-579,6	0,0	0,0
Витрати основного капіталу	75,0	122,0	18,0
Валова продукція	1893,0	1241,0	537,0

### **Контрольні завдання та теми для обговорення**

1. Сутність балансового методу дослідження економічних систем. Основні припущення та гіпотези.
2. Сутність принципової схеми міжгалузевого балансу. Що покладено в основу цієї схеми? Які основні розділи вона містить? Їхня економічна сутність.
3. Сутність економіко-математичної моделі статичного міжгалузевого балансу. Яка основна гіпотеза використовується у побудові моделі МГБ?
4. Сутність коефіцієнтів прямих і повних матеріальних витрат. Основні способи їх обчислення. Навести приклад.
5. Пояснити сутність поняття продуктивності матриці прямих матеріальних витрат. навести приклад, коли матриця не є продуктивною.
6. Економічний зміст коефіцієнтів прямої та повної трудомісткості.
7. Сутність та основні підходи щодо побудови економіко-математичної моделі міжгалузевого балансу затрат праці.
8. Сутність та способи обчислення коефіцієнтів прямої та повної трудомісткості. Навести приклади.
9. Пояснити економічний сенс коефіцієнтів прямої та повної фондомісткості. Навести приклади.
10. Навести схему та послідовність обчислення коефіцієнтів трудомісткості та фондомісткості на підставі економіко-математичної моделі МГБ.
11. Обчислювальні аспекти розв'язування задач на підставі моделі МГБ.

12. Пояснити сутність поняття продуктивності матриці коефіцієнтів прямих матеріальних витрат. Навести приклади.
13. Навести приклади використання балансових моделей та моделі МГБ в задачах маркетингу.
14. Сутність поняття запасомісткості. Основна схема обчислення та практичного застосування матриці коефіцієнтів запасомісткості. Навести приклади.
15. Основні сфери використання в економіці моделей МГБ. Навести приклади.
16. Пояснити, за яких умов модель Леонтьєва є продуктивною

## ТЕМА 5. ДИНАМІЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ ТА ЙОГО ЕКОНОМІЧНІ ДОДАТКИ.

### Завдання для самостійної роботи

**№ 5.1.** Виробнича система складається з чотирьох філіалів. За умови здійснення реконструкції обладнання на кожному філіалі можна досягти певного приросту прибутку. Фірма виділяє на додаткові капітальні вкладення 200 тис. ум. од. (для спрощення розрахунків допустимо, що додаткові вкладення будуть здійснені в обсягах 50, 100, 150 та 200 тис. ум. од.). Необхідно визначити оптимальний розподіл коштів між філіалами для максимізації загального прибутку від усіх чотирьох філіалів за умови, що відомі прирости прибутку для кожного з них (табл. 5.1):

Таблиця 5.1.

Капіталовкладення, тис. ум. од.	Приріст прибутку в філіалах, тис. ум. од.			
	1	2	3	4
50	25	30	36	28
100	60	70	64	56
150	100	90	95	110
200	140	122	130	142

**№ 5.2.** Фірма планує нарощувати виробничі потужності на чотирьох підприємствах, маючи для цього 4 млн грн. Для кожного підприємства розроблено інвестиційні проекти, які відображають прогнозовані загальні витрати  $C$  (обсяги капіталовкладень) та доходи  $D$ , пов'язані з реалізацією кожного проекту. Ці показники наведені в табл. 5.2:

Таблиця 5.2.

Проект	Підприємство							
	1		2		3		4	
	$C_1$	$D_1$	$C_2$	$D_2$	$C_3$	$D_3$	$C_4$	$D_4$
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	3	1	4	2	4	1	2
3	2	5	2	6	3	9	2	8
4	3	7	3	8	4	12	3	5

Перший проект не передбачає розширення виробництва, а тому має нульові витрати і доходи. Необхідно розробити план інвестування виділених коштів у зазначені підприємства так, щоб одержати максимальний прибуток.

**№ 5.3.** В приведеній нижче таблиці (табл.1) містяться величини можливого збільшення продукції чотирьох нафтопереробних заводів при здійсненні додаткових капіталовкладень на їх реконструкцію та модернізацію.

Таблиця 5.3

Капіталовкладення тис. грн	Збільшення виробництва $R_j(s)$ продукції, млн. грн. заводи			
	1	2	3	4
$s$				
50	25	30	36	28
100	60	70	64	56
150	100	90	95	110
200	140	122	130	142

**№ 5.4.** У таблиці 5.4 рамкою виділені умовні оптимальні розв'язки усіх кроків розв'язування наведеної динамічної задачі. Запишіть одержаний план інвестування заводів. На скільки він збільшує виробництво продукції?

Таблиця 5.4

$s$	$j=4$		$j=3$		$j=2$		$j=1$	
	$x_4(s)$	$F_4(s)$	$x_3(s)$	$F_3(s)$	$x_2(s)$	$F_2(s)$	$x_1(s)$	$F_1(s)$
50	50	28	50	36	0	36		
100	100	56	50,100	64	100	70		
150	150	110	0	110	0	110		
200	200	142	50	146	0	146	0	146

## ТЕМА 6 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ НЕЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ. ЕКОНОМІЧНІ ДОДАТКИ НЕЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

### Приклад розв'язання задачі нелінійного програмування

Акціонерне товариство з обмеженою відповідальністю виділило 1200 га ріллі під основні сільськогосподарські культури — озиму пшеницю і цукрові буряки.

У табл. 6.1 маємо техніко-економічні показники вирощування цих культур:

Таблиця 6.1

Показник	Озима пшениця $x_1$ , сотні га	Цукрові буряки $x_2$ , сотні га
Урожайність, т/га	4	35
Ціна, грн/т	800	300
Собівартість, грн/т	$y_1 = 12,5x_1^2 - 200x_1 + 1200$	$y_2 = 12,5x_2^2 - 150x_2 + 650$

Необхідно знайти оптимальні площі посіву озимої пшениці та цукрових буряків.

Нехай:  $x_1$  — площа ріллі під озимою пшеницею, сотні га;

$x_2$  — площа ріллі під цукровими буряками, сотні га.

Звернемо увагу на те, що собівартість тонни пшениці та цукрових буряків залежить від відповідної площі посіву.

Запишемо економіко-математичну модель цієї задачі. Критерієм оптимальності візьмемо максимізацію чистого доходу:

$$\begin{aligned} \max f &= 4(800 - 12,5x_1^2 + 200x_1 - 1200)x_1 + 100 + \\ &+ 35(300 - 12,5x_2^2 + 150x_2 - 650)x_2 + 100 = \\ &= 400(-12,5x_1^3 + 200x_1^2 - 400x_1) + 3500(-12,5x_2^3 + 150x_2^2 - 350x_2) \end{aligned}$$

за умов:

$$x_1 + x_2 = 12.$$

Запишемо функцію Лагранжа:

$$L(x_1, x_2, \lambda_1) = 400(-12,5x_1^3 + 200x_1^2 - 400x_1) + 3500(-12,5x_2^3 + 150x_2^2 - 350x_2) + \lambda_1(12 - x_1 - x_2).$$

Візьмемо частинні похідні і прирівняємо їх до нуля:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x_1} = 400(-37,5x_1^2 + 400x_1 - 400) - \lambda_1 = 0; \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = 3500(-37,5x_2^2 + 300x_2 - 350) - \lambda_1 = 0; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = 12 - x_1 - x_2 = 0. \end{cases}$$

З цієї системи рівнянь визначаємо координати сідлових точок. З першого та другого рівняння знаходимо  $\lambda_1$  і, прирівнюючи вирази, маємо:

$$400(-37,5x_1^2 + 400x_1 - 400) = 3500(-37,5x_2^2 + 300x_2 - 350) \quad (1)$$

або, скоротивши на 100 обидві частини і розкривши дужки, отримаємо:

$$150x_1^2 + 1600x_1 - 1600 = 1312,5x_2^2 + 10500x_2 - 12250 \quad (2)$$

Із останнього рівняння системи маємо:  $x_1 = 12 - x_2$ .

Підставимо вираз для  $x_1$  у рівність (2). Отримаємо:

$$-150(12 - x_2)^2 + 1600(12 - x_2) - 1600 = -1312,5x_2^2 + 10500x_2 - 12250$$

або

$$\begin{aligned} -150(144 - 24x_2 + x_2^2) + 19200 - 1600x_2 - 1600 = \\ = -1312,5x_2^2 + 10500x_2 - 12250; \end{aligned}$$

$$21600 + 3600x_2 - 150x_2^2 + 19200 - 1600x_2 - 1600 + 1312,5x_2^2 - 10500x_2 + 12250 = 0.$$

$$\text{Отже, } 1162x_2^2 - 8500x_2 + 11450 = 0;$$

$$D = 72250000 - 53219600 = 19030400$$

$$\sqrt{D} \approx 4362.$$

$$x_2^{(1)} = \frac{8500 + 4362}{2324} \approx 5,53 \quad (553 \text{ га});$$

$$x_2^{(2)} = \frac{8500 - 4362}{2324} \approx 1,78 \quad (178 \text{ га}).$$

Відповідно дістаємо:



$$x_1^{(1)} \approx 6,47(647) \quad (\text{га});$$

$$x_1^{(2)} \approx 10,22(1022) \quad (\text{га}).$$

Тобто отримали дві сідлові точки:

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = 6,47; & x_1^{(2)} = 10,22; \\ x_2^{(1)} = 5,53. & x_2^{(2)} = 1,78. \end{cases}$$

Перевіримо за допомогою достатньої умови існування екстремуму спочатку сідлову точку  $X_1^*(x_1^{(1)}, x_2^{(1)})$ .

**Матриця Гессе** має такий вигляд:

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -34100 & 0 \\ 1 & 0 & -401625 \end{pmatrix}.$$

За вищезазначеним правилом визначаємо головні мінори, починаючи з 2-го порядку ( $m+1=1+1=2$ ):

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -34100 \end{vmatrix} = -1,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -34100 & 0 \\ 1 & 0 & -401625 \end{vmatrix} = 435725.$$

Отже, головні мінори утворюють знакозмінний ряд та, починаючи з головного мінору 2-го порядку, наступний мінор визначається знаком  $(-1)^{m+1} = (-1)^2$ , тобто  $X_1^*(x_1^{(1)}, x_2^{(1)})$  є точкою максимуму.

Обчислимо значення цільової функції в цій точці:

$$\begin{aligned} f(x_1 = 6,47; x_2 = 5,53) &= 4(800 - 532,26 + 1294 - 1200)647 + \\ &+ 35(300 - 382,26 + 829,5 - 650)553 = 4625863. \end{aligned}$$

Аналогічні обчислення для точки  $X_1^*(x_1^{(2)} = 10,22; x_2^{(2)} = 1,78)$  показують, що вона не є екстремальною.

Отже, цільова функція набуде максимального значення, якщо озима пшениця вирощуватиметься на площі 647 га, а цукрові буряки — на площі 553 га.

Метод множників Лагранжа може застосовуватися також у разі наявності обмежень на знаки змінних і обмежень-нерівностей.

Розглянемо таку задачу в загальному вигляді:

$$\max(\min) F = f(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

$$\begin{cases} g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = b_i & (i = 1, 2, \dots, k); \\ g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i & (i = k+1, \dots, l); \\ g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq b_i & (i = l+1, 2, \dots, m), \end{cases}$$

причому всі функції, що входять у задачу, мають бути диференційовними хоча б один раз.

Очевидно, що введення в ліві частини нерівностей системи обмежень задачі додаткових невід'ємних змінних  $x_{n+i} \geq 0$  ( $i = k+1, \dots, m$ ) перетворює початкову задачу в таку, що містить лише обмеження-рівності, тобто яка за формою та методом розв'язування збігатиметься з задачею (8.6), (8.7). Особливості розв'язання такого типу задач розглянуто в літературі: [19], [28].

### Завдання для самостійної роботи

**№ 6.1.** Використовуючи метод множників Лагранжа, знайти точки умовного екстремуму наступної задачі нелінійного програмування:

$$Z = x_1 x_2 + x_2 x_3$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

**№ 6.1.** Користуючись теоремою Куна-Таккера, скласти функцію Лагранжа та записати необхідні і достатні умови існування сідлової точки наступної задачі нелінійного програмування:

$$Z = 2x_1 + 4x_2 - x_1^2 - 2x_2^2$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ 2x_1 - x_2 \leq 12 \\ x_{1,2} \geq 0 \end{cases}$$

**№ 6.1.** Розв'язати градієнтним методом наступну задачу нелінійного програмування, почавши процес з точки  $x^0(2,3)$ :

$$Z = 10 - 2x_1 + x_2 - x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 \text{ (max)}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 18 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 12 \\ x_{1,2} \geq 0 \end{cases}$$

**№ 6.1.** Розв'язати методом кусково-лінійної апроксимації наступну задачу нелінійного програмування:

$$Z = x_1 x_2 \text{ (min)}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ 2x_1 + x_2 \leq 16 \end{cases}$$

$$x_{1,2} \geq 0$$

**№ 6.1.** Побудуйте економіко-математичні моделі й знайдіть розв'язки задач стохастичного програмування. Оцініть міру ризику, використовуючи показник коефіцієнта варіації величини прибутку.

а) Підприємство випускає продукцію трьох видів, прибуток якої є випадковою величиною; розподіл ймовірностей прибутку задано в табл. 1.

Таблиця 1

Вид продукції	Прибуток одиниці продукції (грн.)	Ймовірність
А	12	0,3
	14	0,2
	17	0,1
	11	0,2
	19	0,2
В	27	0,1
	25	0,2
	20	0,3
	21	0,2
	17	0,2
С	7	0,1
	15	0,5
	17	0,2
	13	0,1
	10	0,1

**№ 6.1.** Нехай на підприємстві випускається два види продукції. Прибуток від реалізації одиниці продукції кожного виду є випадковою величиною. Для виробництва продукції використовується три види ресурсів, обсяг яких також є випадковою величиною. Необхідно максимізувати прибуток від реалізації всіх видів продукції за умови, що витрати кожного ресурсу не перевищують його обсяг.

Витрати ресурсів на одиницю продукції дорівнюють:

$$\{ a_{ij} \} = \begin{pmatrix} & 3 & 4 \\ & 5 & 3 \\ & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

За даними експертного оцінювання ситуації на ринку маємо функції розподілу ймовірностей прибутку і обсягів ресурсу (табл.1) і (табл.2)

Таблиця 1

Види продукції			
А		Б	
прибуток (грн.)	ймовірність	прибуток (грн.)	Ймовірність
7	0,4	8	0,45
8	0,3	9	0,4
10	0,1	10	0,1
12	0,05	11	0,05
14	0,05	12	0

Таблиця 2

Види ресурсів					
1 вид		2 вид		3 вид	
обсяг тони	ймовірність	Обсяг люд/год	ймовірність	обсяг кг	Ймовірність
500	0,35	600	0,3	550	0,4
550	0,25	650	0,25	580	0,2
600	0,15	680	0,2	600	0,15
650	0,1	700	0,15	630	0,1
680	0,1	720	0,05	650	0,1
700	0,05	750	0,05	680	0,05

1. Перелічіть методи нелінійного програмування.
2. Який вигляд має математична модель задачі нелінійного програмування.
3. Суть методу множників Лагранжа.
4. Що таке безумовний екстремум.
5. Суть методу множників Лагранджа.
6. Наведіть алгоритм методу конфігурацій.
7. Метод штрафних функцій.

## **7. ОРІЄНТОВНА ТЕМАТИКА ІНДИВІДУАЛЬНИХ РОБІТ**

1. Кореляційно - регресійний аналіз українських фондових індексів
2. Економетричне моделювання економічної ефективності іноземних інвестицій
3. Моделювання зв'язку вартості біопалива та вартості продуктів харчування
4. Моделювання залежності цін на нафту та біопаливо
5. Моделювання ринку органічних продуктів харчування
6. Оцінка та прогнозування фінансових результатів діяльності малих підприємств
7. Моделювання можливого банкрутства підприємств
8. Застосування логіт- та пробіт- моделей у моделюванні можливого банкрутства підприємств
9. Методи усунення мультиколінеарності при побудові регресійної моделі можливого банкрутства підприємств
10. Відбір діагностичних ознак до економетричної моделі можливого банкрутства підприємств за методом центра ваги
11. Застосування логіт- та пробіт- моделей у моделюванні можливого банкрутства банків
12. Моделювання видатків на соціальний захист у країнах Європейського Союзу
13. Прогнозування податкових надходжень у зведений бюджет України
14. Прогнозування надходжень у зведений бюджет України від податку на додану вартість
15. Прогнозування надходжень у зведений бюджет України від податку на прибуток підприємства
16. Прогнозування надходжень у зведений бюджет України від податку на доходи фізичних осіб
17. Визначення відповідності оптимуму податкової системи України за допомогою кривої Лаффера
18. Побудова макроекономічної виробничої функції для України

- 19.Макроекономічна виробнича функція для України з урахуванням людського капіталу
- 20.Прогнозування середньомісячної заробітної плати в Україні
- 21.Прогнозування інфляції в Україні
- 22.Виявлення структури динамічного ряду індексів споживчих цін на продукти харчування
- 23.Виявлення структури динамічного ряду індексів споживчих цін на одяг та взуття
- 24.Виявлення структури динамічного ряду індексів споживчих цін на житло, воду, електроенергію та газ
- 25.Моделювання динамічного ряду індексів споживчих цін у сфері охорони здоров'я
- 26.Моделювання динамічного ряду індексів споживчих цін у сфері відпочинку та культури
- 27.Моделювання динамічного ряду індексів споживчих цін у сфері освіти
- 28.Побудова кривої Філіпса
- 29.Моделювання адаптивних та раціональних очікувань щодо рівня інфляції та їх впливу на рівень безробіття
- 30.Прогнозування демографічної ситуації в Україні
- 31.Моделювання та прогнозування динаміки кількості малих підприємств
- 32.Економетричний аналіз впливу соціальних факторів на рівень злочинності
- 33.Моделювання податкових надходжень на регіональному рівні
- 34.Моделювання бюджетних процесів на регіональному рівні
- 35.Визначення факторів економічного зростання в регіонах України на основі економетричних моделей
- 36.Вплив інноваційної діяльності підприємств на економічне зростання в регіонах України
- 37.Моделювання валової доданої вартості, створеної у добувній промисловості

- 38.Моделювання валової доданої вартості, створеної у переробній промисловості
- 39.Моделювання валової доданої вартості, створеної у будівництві
- 40.Моделювання розвитку малого підприємництва в регіонах України
- 41.Визначення факторів, що впливають на рівень середньомісячної заробітної плати за регіонами України
- 42.Моделювання безробіття в регіонах України
- 43.Аналіз середньомісячної заробітної плати в регіонах України у гендерному аспекті
- 44.Аналіз безробіття в регіонах України у гендерному аспекті
- 45.Моделювання зовнішньоекономічної діяльності в регіонах України
- 46.Застосування AOV - моделей в аналізі впливу регіонального розміщення ресурсів на економічний розвиток регіонів України
- 47.Вплив регіонального розміщення ресурсів на доходи населення регіонів
- 48.Аналіз динаміки структури ВРП за регіонами України
- 49.Аналіз динаміки структури зайнятості за регіонами України
- 50.Дослідження динаміки структури ВРП в регіонах України за видами економічної діяльності
- 51.Визначення факторів, що впливають на рівень народжуваності в регіонах України
- 52.Прогнозування демографічної ситуації в регіонах України
- 53.Моделювання міграційних процесів в регіонах України
- 54.Дослідження факторів, що впливають на рівень безпеки праці
- 55.Моделювання залежності між медико-демографічною та екологічною ситуаціями в регіонах України
- 56.Моделювання залежності між медико-демографічною ситуацією в регіонах України та структурою споживання продуктів харчування
- 57.Вплив соціальних факторів на рівень злочинності в регіонах України
- 58.Моделювання громадської активності населення регіонів України
- 59.Побудова функції попиту на мобільні телефони

60. Побудова функції попиту на послуги операторів мобільного зв'язку
61. Моделювання попиту на комп'ютерну техніку
62. Визначення еластичності попиту на певні групи товарів у супермаркеті
63. Врахування сезонних коливань у моделюванні попиту на послуги туристичного оператора
64. Моделювання залежності цін на квартири на вторинному ринку житла від певних факторів
65. Моделювання залежності цін на ноутбуки від певних факторів
66. Моделювання залежності цін на мобільні телефони від певних факторів
67. Використання ASCOV - моделей у дослідженні факторів, що впливають на ціну товару
68. Прогнозування ціни на певний вид товару
69. Моделювання функції витрат промислового підприємства та визначення оптимального обсягу випуску продукції
70. Моделювання функції витрат транспортного підприємства та визначення оптимального обсягу випуску продукції
71. Моделювання функції витрат будівничого підприємства та визначення оптимального обсягу випуску продукції
72. Економетричне дослідження факторів успішності навчання в університеті
73. Дослідження факторів успішності вивчення дисциплін циклу професійної підготовки на основі економетричних методів
74. Дослідження факторів успішності вивчення дисциплін циклу природничо-наукової підготовки на основі економетричних методів
75. Дослідження факторів успішності вивчення дисциплін циклу загальноєкономічної підготовки на основі економетричних методів
76. Дослідження факторів успішності вивчення дисциплін гуманітарного циклу на основі економетричних методів



#### 4. ОРІЄНТОВНІ НАПРЯМИ ВИСТУПІВ НА ЛЕКЦІЇ

1. Моделювання глобальних економічних процесів (моделювання процесів розвитку світової економіки; трансформаційних процесів світової економіки; процесів глобалізації тощо).
2. Макроекономічне моделювання (моделювання макроекономічних процесів розвитку України; економічного зростання України; інфляції та рівня безробіття в Україні; розвитку фінансово-бюджетної сфери економіки України; демографічних процесів в Україні; розвитку вищої освіти в Україні; соціального розвитку і рівня життя населення України; розвитку ринку фінансових послуг в Україні тощо).
3. Міжрегіональне та міжгалузеве моделювання (моделювання соціально-економічних процесів у розрізі регіонів України або у розрізі видів економічної діяльності).
4. Побудова регіональних моделей (моделювання соціально-економічних процесів певного регіону України).
5. Побудова галузевих моделей (моделювання економічних процесів певної галузі економіки України; певного виду економічної діяльності).
6. Мікроекономічне моделювання (моделювання фінансових і економіко-виробничих процесів на підприємствах; показників розвитку підприємств, державних закладів, фінансових або інших установ; попиту на певний вид товару; ефективності інноваційного проекту тощо).
7. Моделювання розвитку певного соціально-економічного процесу на підґрунті:
  - імітаційних моделей;
  - моделей фінансово-економічних процесів;
  - виробничої функції;
  - рейтингового оцінювання;
  - моделей міжгалузевого балансу;
  - тощо.
8. Побудова комбінованих моделей певного соціально-економічного процесу.

## **8. ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ, ЩО ВІНОСЯТЬСЯ НА ЗАЛІК**

1. Предмет, об'єкт, завдання та методологічні засади математичного моделювання економіки.
2. Поняття економіко-математичної моделі.
3. Класифікація моделей та етапи їх побудови.
4. Задачі економічного вибору.
5. Сутність звичайної (однокритеріальної) оптимізації.
6. Економічна та математична постановка оптимізаційних задач.
7. Види оптимізаційних моделей.
8. Приклади економічних задач, які доцільно розв'язувати, використовуючи методи та моделі математичного програмування.
9. Економічна і математична постановка транспортної задачі.
10. Умови існування розв'язку ТЗ.
11. Методи побудови опорного плану.
12. Методи розв'язування ТЗ.
13. Основні поняття теорії ігор.
14. Матричні ігри двох осіб.
15. Платіжна матриця.
16. Гра в чистих стратегіях.
17. Змішані стратегії.
18. Зведення задачі гри двох осіб до задачі лінійного програмування.
19. Економетрична модель, її види.
20. Особливості та етапи економетричного моделювання.
21. Побудова та аналіз економетричної моделі з двома змінними.
22. Сутність методу найменших квадратів.
23. Перевірка адекватності лінійної економіко-математичної моделі за допомогою двоїстих оцінок.
24. Формулювання і економічна інтерпретація відкритої транспортної задачі, розв'язуваної на мінімум вартості перевезень.
25. Постановка і економічна інтерпретація задачі про призначення.

- 26.Методика чисельного рішення задачі про призначення.
- 27.3Економічні додатки динамічного програмування.
- 28.4Принцип оптимальності Беллмана і умови його застосовності для вирішення економічних завдань.
- 29.Алгоритм пошуку найкоротшого шляху на графі.
- 30.Алгоритм пошуку мінімального терміну виконання послідовності робіт.
- 31.4Економіко-математична модель процесу реновації основних засобів про-ництва.
- 32.4Постановка і економічна інтерпретація загальної задачі математичного про-граммірованія.
- 33.4Застосування нелінійного програмування для вирішення задач економічних досліджень.
- 34.46Класифікація задач нелінійного програмування.
- 35.Поняття і запис функції Лагранжа задачі математичного програмірова-ня.
- 36.4 Рішення задач математичного програмування методом Лагранжа.
- 37.49Формулювання теореми Куна-Таккера.
- 38.Економічна інтерпретація множників Лагранжа.
- 39.Властивості функціональної матриці завдання математичного програмування в точці оптимуму.
- 40.Умови доповнює нежесткості: формулювання, економічне значення.
- 41.Формулювання і інтерпретація неокласичної моделі господарюючого суб'єктів незалежно-екта.
- 42.Передумови неокласичної моделі господарюючого суб'єкта.
- 43.5Умова оптимальності обсягів споживання ресурсів господарюючим суб'єктів-те, що максимізує короткострокову прибуток.
- 44.Умова оптимальності обсягів випуску благ господарюючим суб'єктом, мак-сімізующій короткострокову прибуток.

45. Бюджетне обмеження: математична форма, економічна інтерпретація, роль в аналізі споживчого попиту.
46. Алгоритм розв'язання задачі опуклого програмування методом найшвидшого-го спуску.
47. Труднощі, що виникають у зв'язку з чисельним рішенням задач неопуклого програмування.
48. Правила користування засобом «Пошук рішення» табличного процесора Microsoft Excel.
49. Рішення задач опуклого програмування за допомогою лінійної аппроксі-ції.
50. Наближене рішення задач математичного програмування методом сепарабельного програмування.
51. Економічні завдання, які вирішуються за допомогою імітаційного моделювання.
52. Суть методу імітаційного моделювання.
53. Особливості імітаційних моделей.
54. Поняття обчислювального експерименту на імітаційній моделі.
55. Основне припущення імітаційного моделювання.
56. Верифікація імітаційної моделі.
57. Інструментальні засоби імітаційного моделювання.
58. Поняття транзакта і вузла в імітаційних моделях.
- 59.75. Економічні завдання, які вирішуються за допомогою імітаційного моделювання.
60. Послідовність розробки імітаційної моделі.
61. Поняття, призначення та область застосування економетричного моделювання.
62. Передумови оцінювання неспостережуваних параметрів господарських систем за допомогою економетричних моделей.
63. Поняття теоретичної моделі. Значення обґрунтування теоретичної моделі і які належать їм процесу в імітаційному моделюванні.

64. Правила формулювання перевіряються гіпотез при економетричному моделює-вання.
65. Сутність і сфера застосування методу оболонки даних.
66. Методики оцінювання технологічної ефективності фірми.
67. Оцінювання функції прибутку при відсутності даних про прибуток.

## 9. НАВЧАЛЬНА КАРТА САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТА

### з дисципліни “Економіко-математичне моделювання”

Види самостійної роботи	Форми контролю та звітності	Максимальна кількість балів	
<b>Денна форма навчання (6-й семестр)</b>			
<b>1. Обов'язкові</b>			
<b>За систематичність і активність роботи на практичних заняттях</b>			
1.1. Підготовка до практичних і лабораторних занять (виконання і захист)	Відповідно до робочої навчальної програми	Активна участь в практичних заняттях і захист лабор-х. робіт	30
<b>За виконання модульних контрольних завдань</b>			
1.2. Підготовка модульних контрольних робіт	Відповідно до робочої навчальної програми	Перевірка правильності виконання контрольних модульних робіт	10×2=20
<b>За виконання завдань для самостійного опрацювання</b>			
1.1. Виконання домашніх завдань (розрахункових) завдань	Відповідно до робочої навчальної програми	перевірка правильності виконання завдань	10
1.2. Написання реферату за заданою тематикою	Відповідно до робочої навчальної програми	обговорення і захист реферату на ІКР або СНК	10
1.3. Пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою	Відповідно до робочої навчальної програми	Розгляд матеріалів під час ІКР або студентського кружку	10
<b>Разом балів за обов'язкові види СРС</b>			<b>80</b>
<b>2. Вибіркові</b>			
<b>За виконання завдань для самостійного опрацювання</b>			
2.1. Аналітичний (критичний) огляд наукових публікацій	Відповідно до робочої навчальної програми	Обговорення результатів проведеної роботи під час ІКР або студентського кружку	20
2.2. Формування аналітичних звітів за заданою тематикою	Відповідно до робочої навчальної програми	Обговорення результатів проведеної роботи під час ІКР або студентського кружку	20
<b>Разом балів за вибіркові види СРС</b>			<b>20</b>
<b>Всього балів за СРС</b>			<b>100</b>

<b>Заочна форма навчання (6 семестр)</b>			
<b>1. Обов'язкові</b>			
<b>За систематичність і активність роботи на практичних заняттях</b>			
1.1. Підготовка до практичних занять	Відповідно до робочої навчальної програми	Активна участь в практичних заняттях	30
<b>За виконання модульних контрольних завдань</b>			
1.2. Підготовка модульних контрольних робіт	Відповідно до робочої навчальної програми	Перевірка правильності виконання контрольних модульних робіт	10×2=20
<b>За виконання завдань для самостійного опрацювання</b>			
1.1. Виконання домашніх завдань (розрахункових) завдань	Відповідно до робочої навчальної програми	перевірка правильності виконання завдань	10
1.2. Написання реферату за заданою тематикою	Відповідно до робочої навчальної програми	обговорення і захист реферату на ІКР або СНК	<b>10</b>
1.3. Пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою	Відповідно до робочої навчальної програми	Розгляд матеріалів під час ІКР або студентського кружку	10
<b>Разом балів за обов'язкові види СРС</b>			<b>80</b>
<b>2. Вибіркові</b>			
<b>За виконання завдань для самостійного опрацювання</b>			
2.1. Аналітичний (критичний) огляд наукових публікацій	Відповідно до робочої навчальної програми	Обговорення результатів проведеної роботи під час ІКР або студентського кружку	20
2.2. Формування аналітичних звітів за заданою тематикою	Відповідно до робочої навчальної програми	Обговорення результатів проведеної роботи під час ІКР або студентського кружку	20
<b>Разом балів за вибіркові види СРС</b>			<b>20</b>
<b>Всього балів за СРС</b>			<b>100</b>

Підсумковий контроль знань студентів здійснюється за результатами поточного модульного контролю; завдання поточного контролю оцінюються від 0 до 100 балів (включно);

10 балів ставиться, якщо відповідь студента є теоретично правильною, обґрунтованою, вичерпною, матеріал викладено в логічній послідовності та у повному обсязі, всі розрахунки правильні;

5 балів ставиться, якщо відповідь в основному правильна, студент володіє матеріалом, але допущені незначні помилки у формулюванні термінів, категорій, у розрахунках тощо; якщо відповідь правильна, але недостатньо обґрунтована;

0 балів ставиться, якщо відповідь неправильна або відсутня, чи допущені грубі помилки, які свідчать про те, що студент не володіє відповідним матеріалом.

Переведення даних 100-бальної шкали оцінювання в 4-х бальну шкалу та шкалу за системою ECTS здійснюється в такому порядку:

<b>Оцінка за шкалою ECTS</b>	<b>Оцінка за бальною шкалою, що використовується в КНЕУ</b>	<b>Оцінка за національною шкалою</b>	
<b>A</b>	90-100	5 (відмінно)	Зараховано
<b>B</b>	82-89	4 (добре)	
<b>C</b>	75-81	3(задовільно)	
<b>D</b>	64-74		
<b>E</b>	60-63		
<b>FX</b>	35-59	2 (незадовільно) з можливістю повторного випробування	Не зарахованл
<b>F</b>	0-34	2 (незадовільно) з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	



## 10. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

### Базова

1. Вітлінський В.В. Моделювання економіки: Навч. Посібник. – К.:КНЕУ, 2015. – 408с.
2. Вітлінський В.В., Наконений СІ., Терещенко Т.О. Математичне програмування: Навч.-метод, посібник для самост. вивч. дисц. – К.: КНЕУ,2001. – 248 с.
3. Гатауллин А.М. Математическое моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве. – М.: Агропромиздат, 1990.
4. 3. Жадлун З.О., Галаєва Л.В., Шульга Н.Г. Економіко-математичне моделювання використання добрив в аграрному виробництві. Екологоекономічний аспект. – К.: НАУ, - 2011.
5. 4. Жадлун З.О., Галаєва Л.В., Шульга Н.Г. Прийоми моделювання. – К.: НАУ, - 2003.
6. 5. Жадлун З.О., Галаєва Л.В., Шульга Н.Г. Теоретичні основи математичного моделювання економічних процесів. – К.: НАУ, - 2007.
7. 6. Загородній Ю.В..Кадієвський В.А.Моделювання економіки:Курс лекцій. – К.: Вид-во ДАСОА,2007.-214с.
8. Колодницький М. М. Основи теорії математичного моделювання систем. –Житомир, 2011. – 718с.
9. Клебанова Т. С. Математичні методи і моделі ринкової економіки: навч. посібн. / Т. С. Клебанова, М. О. Кизим, О. І. Черняк та ін. –Х. : ВД "ІНЖЕК", 2009.–456 с.
10. Колемаев В.А. Математическая экономика. // М.: 2002. – 256 с.
11. Чемерис А., Юринець Р., Мицишин О. Методи оптимізації в економіці. Навчальний посібник. – К.: Центр навчальної літератури, 2006. – 152с.

### Допоміжна

1. Барвінський А.Ф., Олексін І.Я., Крупка З.І. та ін. Математичне програмування.– Львів: “Інтелект - Захід”, 2004. – 446 с.
2. Егоршин О.О., Малярець Л.М. Математичне програмування. – Х.:ВД «ІНЖЕК», 2006. – 2006с.
3. Кадієвський В.А., Жадлун З.О. Математичне програмування та моделювання економічних процесів. – К.: НАУ, 1995.
4. Степанюк В.В. Методи математичного програмування. – К.: Вища школа, 1984. – 272 с.
5. Жадлун З.О., Галаєва Л.В., Шульга Н.Г. Математичне програмування / Методичні розробки. – К.: НАУ, 2004. – 57с.
6. Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г. Линейное программирование. Теория, методы и приложения. – М.: Наука, 1969. – 424
7. Інформаційні ресурси 1. Бібліотека для студентів [http:// www.ebooktime.net/book\\_16\\_glava\\_66](http://www.ebooktime.net/book_16_glava_66) 2.

### **ІНТЕРНЕТ САЙТИ**

1. [http://stud.com.ua/9254/ekonomika/ekonomiko-matematichni\\_metodi\\_i\\_prikladni\\_modeli](http://stud.com.ua/9254/ekonomika/ekonomiko-matematichni_metodi_i_prikladni_modeli) - Прикладні економіко-математичні моделі
2. [http://www.uabs.edu.ua/images/stories/docs/K\\_F/Yepifanov\\_16.pdf](http://www.uabs.edu.ua/images/stories/docs/K_F/Yepifanov_16.pdf) – Сучасні та перспективні методи і моделі управління в економіці. Монографія.
3. [ekhnuir.univer.kharkov.ua/handle/123456789/9599](http://ekhnuir.univer.kharkov.ua/handle/123456789/9599) - Моделювання світо господарських процесів: Підручник.
4. Теоретичні основи кількісних методів моделювання та прогнозування економічних процесів// [http:// bookss.co.ua/book\\_medoti-ekonomykostatestichnih-doslidzhen\\_806/3\\_1](http://bookss.co.ua/book_medoti-ekonomykostatestichnih-doslidzhen_806/3_1). -teoretichn- osnovi- klksnih-metodv - modelyuvannya-ta-prognozuvannya- ekonomchnih-procesv.
5. Державний комітет статистики України – [www. ukrstat. gov.ua](http://www.ukrstat.gov.ua)
6. Офіційний вісник України <http://www.gdo.kiev.ua>