

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
БІЛОЦЕРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ, ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ ТА
ФІЗИКИ



**«ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ З ОСНОВАМИ МАТЕМАТИЧНОГО
МОДЕЛЮВАННЯ У ЛІСОВОМУ ГОСПОДАРСТВІ»**

**Методичні вказівки для практичних занять і самостійного вивчення
дисципліни студентами другого (магістерського) рівня вищої освіти**

Модуль 2

Основи математичного моделювання у лісовому господарстві

ГАЛУЗЬ ЗНАНЬ	20 Аграрні науки та продовольство
СПЕЦІАЛЬНІСТЬ	205 «Лісове господарство»
РІВЕНЬ ВИЩОЇ ОСВІТИ	другий (магістерський)
ФАКУЛЬТЕТ	агробіотехнологічний

Біла Церква – 2025

УДК 336.763:330.322.5

Розглянуто та рекомендовано до друку
й практичного використання
методичною комісією БНАУ
(протокол № 3 від 29 листопада
2024 р.)

Інформаційні технології з основами математичного моделювання у лісовому господарстві – Методичні рекомендації до вивчення дисципліни «Інформаційні технології з основами математичного моделювання у лісовому господарстві. Модуль 2. Основи математичного моделювання у лісовому господарстві» для здобувачів вищої освіти агробіотехнологічного факультету за спеціальністю 205 «Лісове господарство», освітнього ступеня «магістр» другого (магістерського) рівня вищої освіти, галузі знань 20 «Аграрні науки та продовольство». / Укладачі О.С. Бондар, В.В. Новікова, М.І. Трофимчук, О.В. Ткаченко. – Біла Церква: БНАУ, 2024. 45 с.

Розробники: Бондар О.С., канд. екон. наук, доцент, Новікова В.В., канд. екон. наук, доцент, Трофимчук М.І., канд. екон. наук, доцент, Ткаченко О.В., канд. пед. наук, доцент.

Рецензент:
канд. біол. наук, доцент

Світлана ЛЕВАНДОВСЬКА

© БНАУ, 2024

ЗМІСТ

1. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ.....	4
2. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ	7
«ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ З ОСНОВАМИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ У ЛІСОВОМУ ГОСПОДАРСТВІ»	7
3. ЗАВДАННЯ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ ТА САМОСТІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ	8
Практичне заняття 2.1. Математичне та комп'ютерне моделювання Основи математичного моделювання.	8
Практичне заняття 2.2 Методи оптимізації. Концепція оптимізаційної моделі. Лінійне програмування.	13
Практичне заняття 2.3_Трендові моделі та їх характеристика. Динаміка лісових насаджень.	18
Практичне заняття 2.4 Регресійний аналіз. Попарна регресія. Рішення типових завдань. Побудова моделі множинної регресії. Статистична оцінка надійності регресійної моделі.	26
Практичне заняття 2.5 Багатовимірні моделі. Дисперсійний аналіз. Однофакторний та багатфакторний аналіз. Моделі дисперсійного аналізу: детерміновані, випадкові та змішані.	29
Практичне заняття 2.6 Сутність та оцінка ризику. Вибір оптимальної стратегії в умовах ризику, пов'язаного з невизначеністю навколишнього середовища.....	33
Перелік питань до заліку	44
Рекомендована література	44

ВСТУП

Лісове господарство є складною екологічною та економічною системою, яка потребує ефективних інструментів для аналізу, управління та прогнозування стану лісових ресурсів. Математичне моделювання є ключовим підходом, що дозволяє досліджувати та вирішувати проблеми, пов'язані з динамікою лісових екосистем, плануванням лісогосподарської діяльності, оцінкою впливу зовнішніх факторів та оптимізацією використання природних ресурсів.

Модуль "Основи математичного моделювання у лісовому господарстві" знайомить студентів із базовими принципами та методами математичного опису процесів, що відбуваються в лісових екосистемах. Вивчення цього модуля дозволяє майбутнім фахівцям глибше розуміти взаємозв'язок між елементами лісової системи, прогнозувати її розвиток у часі та розробляти раціональні управлінські рішення.

У межах модуля розглядаються такі ключові аспекти:

- основи побудови математичних моделей для опису;
- методи аналізу впливу кліматичних і антропогенних факторів на стан лісів;
- оптимізація господарських рішень у лісовому господарстві за допомогою математичних моделей;
- використання програмного забезпечення для реалізації моделей і аналізу даних.

Студенти опановують різні види математичних моделей, включаючи детерміновані, стохастичні, оптимізаційні та симуляційні моделі. Практичні завдання спрямовані на навчання побудови моделей з використанням сучасного програмного забезпечення, що дозволяє ефективно отримати отримані знання в реальних умовах.

Вивчення цього модуля є успішним етапом підготовки фахівців, які працюють над розробкою стійких стратегій управління лісовими ресурсами, забезпечуючи збереження екологічного балансу і сталий розвиток галузі. Завдяки опануванню основ математичного моделювання студенти здобувають універсальні навички аналізу складних систем, які можуть бути використані лише в лісовому господарстві, але й у суміжних галузях.

1. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

У результаті вивчення навчальної дисципліни у здобувача вищої освіти формуються наступні результати навчання:

Результати навчання відповідно до ОП спеціальності 205 «Лісове господарство» другого (магістерського) рівня вищої освіти	Результати навчання з дисципліни «Інформаційні технології з основами математичного моделювання у лісовому господарстві»
ПРН 3. Приймати ефективні рішення з питань лісового господарства, у тому числі у складних і непередбачуваних умовах; прогнозувати його розвиток; визначати фактори, що впливають на досягнення поставлених цілей; аналізувати і порівнювати альтернативи; оцінювати ризики та імовірні наслідки	РН 3. 1. Вміння знаходити оптимальні рішення для управління лісовими ресурсами, враховуючи економічні, екологічні та соціальні аспекти, навіть у ситуаціях, що характеризуються невизначеністю та зміною умов. РН 3. 2. Здатність використовувати різні методи та інструменти для передбачення змін у лісових екосистемах та планування майбутнього розвитку лісового господарства. РН 3. 3. Ідентифікація ключових факторів, що впливають на досягнення цілей управління лісовими ресурсами, включаючи економічні, екологічні, кліматичні та соціальні чинники.

рішень.	РН 3. 4. Здатність оцінювати різні варіанти дій, порівнювати їх переваги та недоліки, а також обирати найбільш оптимальні шляхи вирішення проблем. РН 3. 5. Вміння ідентифікувати можливі ризики, пов'язані з прийняттям тих чи інших рішень, та прогнозувати їх потенційні наслідки для лісових ресурсів і загального стану лісового господарства.
РН 4. Відшукувати необхідні дані в науковій літературі, базах даних та інших джерелах, аналізувати та оцінювати ці дані;	РН 4.1. Знати сучасні способи використання інформаційно-комунікаційних технологій у вибраній сфері діяльності РН 4.2. Вміти вибирати та застосовувати у професійній діяльності експериментальні та розрахунково-теоретичні методи дослідження. РН 4.3. Володіти навичками пошуку (у тому числі з використанням інформаційних систем та баз банних) та критичного аналізу інформації з тематики проведених досліджень; аналізу одержуваних результатів та формулювання висновків; навичками подання та просування результатів інтелектуальної діяльності.
РН 7. Розробляти та реалізовувати наукові та прикладні проекти у сфері лісового господарства з урахуванням доступних ресурсів та ризиків, а також економічних, правових та екологічних аспектів.	РН 7. 1. Знати сучасні методологічні прийоми побудови і дослідження математичних моделей у галузі лісових культур; РН 7. 2. Вміти створювати прикладні проекти у сфері лісового господарства з урахуванням доступних ресурсів та ризиків; РН 7. 3. Володіти навичками застосування прийомів прогнозування результатів.
РН 8. Розробляти та вдосконалювати технологічні і виробничі процеси, впроваджувати сучасні цифрові технології.	РН 8. 1. Знати: сучасні способи використання інформаційно-комунікаційних технологій для представлення одержаних результатів наукових досліджень у галузі лісових культур, селекції, насінництва; нормативні документи, необхідні для подання одержаних результатів наукових досліджень у галузі лісових культур, селекції, насінництва; РН 8. 2. Вміти: представляти отримані результати наукових досліджень у вигляді звітів та наукових публікацій у рецензованих російських та міжнародних виданнях на високому рівні та з урахуванням дотримання авторських прав; використовувати сучасні інформаційно-комунікаційні технології при підготовці до представлення одержаних результатів наукових досліджень у галузі лісових культур, селекції, насінництва; представляти результати своїх наукових досліджень у вигляді рекомендацій із використанням предметної термінології; представляти результати свого наукового дослідження у вигляді автореферату та дисертаційної роботи на здобуття наукового ступеня кандидата наук; РН 8. 3. Володіти: досвідом участі у наукових дискусіях; методами проведення патентних досліджень, ліцензування та захисту авторських прав при створенні інноваційних продуктів у галузі лісових культур, селекції, насінництва; навичками практичної реалізації, апробації та

	впровадження результатів дослідження у галузі лісових культур, селекції, насінництва.
ПРН 9. Визначати критерії ефективності та обирати оптимальну стратегію ведення лісового господарства залежно від зовнішніх та внутрішніх умов.	Ця компетенція передбачає комплексний підхід до управління лісовими ресурсами, що забезпечує їх ефективне і стійке використання з урахуванням різноманітних факторів і умов. ПРН 9. 1. Вміння встановлювати чіткі, вимірювані показники для оцінки успішності діяльності у лісовому господарстві. Це може включати економічні (прибутковість, рентабельність), екологічні (збереження біорізноманіття, здоров'я лісових екосистем) та соціальні (створення робочих місць, соціальна відповідальність) критерії. ПРН 9. 2. Здатність розробляти та вибирати найбільш ефективні плани та методи управління лісовими ресурсами. Це включає аналіз і вибір серед різних стратегій, що найкраще відповідають конкретним обставинам та цілям. ПРН 9. 3. Вміння оцінювати вплив зовнішніх факторів, таких як зміни клімату, ринкові умови, законодавство, технологічні зміни та інші чинники, що можуть впливати на стратегію ведення лісового господарства. ПРН 9. 4. Здатність аналізувати внутрішні чинники, такі як стан лісових ресурсів, доступні фінансові та людські ресурси, внутрішня організаційна структура та процеси, що впливають на прийняття рішень у лісовому господарстві.
РН 11. Застосовувати сучасні експериментальні та математичні методи, цифрові технології та спеціалізоване програмне забезпечення для розв'язання складних задач лісового та мисливського господарства.	РН 11. 1. Знати основні проблеми та напрямки розвитку фундаментальних та прикладних досліджень в екологічній інженерії; аналітичні та чисельні методи для аналізу математичних моделей; економіко-математичні методи та ЕОМ при виконанні економічних розрахунків та в процесі управління; способи раціонального використання сировинних, енергетичних та природних ресурсів; інформатику та обчислювальну техніку; методи математичної статистики; методи математичного моделювання; основи системного аналізу РН 11. 2. Вміти аналізувати основні тенденції у розвитку біологічної та екологічної інженерії; виявляти її перспективні напрямки та можливості практичного застосування; застосовувати методи експертного опитування для визначення інноваційних напрямків розвитку біологічної та екологічної інженерії; формулювати завдання інженерної реалізації перспективних напрямів розвитку біометричної та екологічної інженерії РН 11. 3. Володіти принципами функціонування біологічних систем; методами математичного моделювання, методами подання результатів дослідження; сучасними методами науково-технічного прогнозування розвитку предметних галузей науки та техніки.

2. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ «ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ З ОСНОВАМИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ У ЛІСОВОМУ ГОСПОДАРСТВІ»

Змістовий модуль 1.

Інформаційні технології в лісовому господарстві.

- Тема 1.1. Вступ до інформаційних технологій у лісовому господарстві
- Тема 1.2. Геоінформаційні системи (ГІС) у лісовому господарстві
- Тема 1.3. Дистанційне зондування Землі (ДЗЗ)
- Тема 1.4. Автоматизовані інформаційні системи
- Тема 1.5. Технології управління даними в лісовому господарстві

Змістовий модуль 2. .

Основи математичного моделювання у лісовому господарстві

- Тема 2.1. Вступ до математичного моделювання
- Тема 2.2. Моделювання динаміки лісових ресурсів
- Тема 2.3. Моделі управління лісовими ресурсами
- Тема 2.4. Екологічне моделювання у лісовому господарстві
- Тема 2.5. Моделювання економічної ефективності лісового господарства
- Тема 2.6. Сутність та оцінка ризику.

Змістовий модуль 2. <i>Основи математичного моделювання у лісовому господарстві</i>		
1	Тема 2.1. Математичне та комп'ютерне моделювання Основи математичного моделювання. Класифікація видів моделювання. Математичне моделювання складних систем. Імітація випадкових величин та процесів. Моделювання процесів і явищ, структури та динаміки лісових та урбанізованих екосистем. Методи опису даних, визначення подібностей і відмінностей вибірок, визначають найбільш значущі змінні, які впливають на отриманий фактор. Основні принципи побудови та перевірки моделей. Основні поняття математичного моделювання. Основні етапи математичного моделювання. Поняття обчислювального експерименту. Оцінка адекватності. Оцінка стійкості. Оцінка чутливості.	1
2	Тема 2.2. Методи оптимізації. Концепція оптимізаційної моделі. Структура оптимізаційної моделі (цільова функція, система обмежень). Лінійне програмування. Постановка задачі лінійного програмування.	1
	Тема 2.3. Трендові моделі та їх характеристика. Сфери застосування в лісовому господарстві. Динаміка лісових насаджень. Приріст запасу деревостанів і його характеристика. Способи встановлення середньої величини відсотка приросту запасу досліджуваного насадження.	1
	Тема 2.4. Регресійний аналіз. Вимоги до вихідної інформації, використовуваної для побудови регресійних моделей. Первинна обробка вихідної інформації. Обґрунтування типу регресійної моделі та оцінка її параметрів. Попарна регресія. Рішення типових завдань. Реалізація загальних завдань на комп'ютері. Побудова моделі множинної регресії. Поняття стандартизованої шкали. Розрахунок коефіцієнтів регресії за стандартизованою шкалою і їх властивостей. Перевірка апроксимуючих властивостей багатовимірної регресійної моделі. Статистична оцінка надійності багатфакторної регресійної моделі.	1

3	Тема 2.5. Багатовимірні моделі. Дисперсійний аналіз. Сутність дисперсійного аналізу. Градація факторів. Однофакторний та багатфакторний аналіз. Загальна, факторна та залишкова сума квадратів відхилень. Зв'язок між загальною, факторною та залишковою сумами. Моделі дисперсійного аналізу: детерміновані, випадкові та змішані. Значення дисперсійного аналізу при дослідженні біологічних процесів. Кластерний, факторний та дискримінантний аналіз. Концепція кластер. Критерії якості кластеризації. Алгоритми кластерного аналізу. Ієрархічне групування об'єктів та ознак. Основна модель факторного аналізу. Методи факторного аналізу. Класифікація багатовимірних спостережень. Методи класифікації рослинності.	2
4	Тема 2.6. Сутність та оцінка ризику. Вибір оптимальної стратегії в умовах ризику, пов'язаного з невизначеністю навколишнього середовища. Оптимальна поведінка в умовах специфічних видів ризику. Оцінка виробничого ризику. Шляхи мінімізації ризиків	1

3. ЗАВДАННЯ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ ТА САМОСТІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ

Змістовий модуль 2.

Основи математичного моделювання у лісовому господарстві

..



Практичне заняття 2.1. Математичне та комп'ютерне моделювання Основи математичного моделювання.

Мета: Ознайомити студентів із базовими поняттями математичного моделювання, його значенням у вирішенні прикладних задач. Навчити будувати математичні моделі для реальних процесів та явищ. Ознайомити з методами використання комп'ютерних технологій для розробки моделей, їх аналізу та перевірки результатів.

(Робота в малих групах)

План:

1. Поняття математичного моделювання.
2. Основні етапи створення математичної моделі:
3. Постановка задачі.
4. Вибір вхідних параметрів і змінних.
5. Формалізація явища (створення математичного виразу або системи рівнянь).
6. Перевірка адекватності моделі.
7. Побудова простої математичної моделі

Завдання: створення математичної моделі для визначення часу заповнення резервуара водою (формули, що враховують швидкість потоку та об'єм резервуара). Використання програмного забезпечення Excel для моделювання задачі.

При аналізі табличних даних в Excel можна для заданого значення результату і певних умов (обмежень) визначити величини впливових змінних. Це здійснюється за допомогою програми пошуку рішень.

Вирішення оптимізаційних задач

За допомогою настройки Поиск решения потрібно визначити структуру посівів озимої пшениці, проса і гречки, щоб прибуток від реалізації продукції був максимальним при таких умовах:

загальна площа посіву не перевищує –1000га;
запаси мінеральних добрив – 1200 ц.д.р.;
трудові ресурси 70000 люд.-год.;
площа гречки не більше 200 га.

Нормативи затрат праці, добрив і розмір прибутку в розрахунку на 1га. посівів наведені в таблиці. 1

Таблиця 1

Показники	Одиниця виміру	Припадає на 1 га посівів		
Витрати праці	люд.- год	70	60	56
Витрати добрив	ц	1,6	1,5	1,0
Прибуток	ум. од	161	75	275

Для рішення задачі слід скласти її математичну модель:

Знайти *max* цільової функції:

$C=161x_1+75x_2+275x_3$, де змінні x_1, x_2, x_3 , - площі посівів кожної культури.

При таких обмеженнях:

$x_1+x_2+x_3 \leq 1000$ – сума площ не перевищує загальної площі;

$70x_1+60x_2+56x_3 \leq 70000$

$1,6x_1+1,5x_2+x_3 \leq 1200$

$x_3 \leq 200$

Пошук рішення здійснюється у такій послідовності дій:

розташувати вихідні данні так, як показано на таблиці рис1;

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Показники	Одиниця виміру	Припадає на 1 га посівів						
2									
3	Витрати праці	люд.- год	70	60	56	0	1000		
4	Витрати добрив	ц	1,6	1,5	1	0	1200		
5	Прибуток	ум. од	161	75	275	0	70000		
6									
7									
8									
9									
10									
11									

Рис. 1. Вихідні дані

установити курсор у чарунку E6;

використовуючи майстра функцій, обчислити функцію СУММПРОИЗВ,

де у поле **Массив 1** вивести діапазон чарунок B5:D5 і натиснути клавішу [f4]

щоб зробити цю адресу абсолютною, у поле **Массив 2** – відповідно B6:D6 і натиснути кнопку **ОК** (згідно обмеженню першому); продублювати цю формулу у чарунку E6:E10 (згідно обмеження цільової функції) (рис. 2)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Показники	Одиниця виміру	Припадає на 1 га посівів			=СУММПРОИЗВ(SC\$2:\$E\$2;C3:E3)	1000	
2								
3	Витрати праці	люд.- год	70	60	56	=СУММПРОИЗВ(SC\$2:\$E\$2;C4:E4)	1200	
4	Витрати добрив	ц	1.6	1.5	1	=СУММПРОИЗВ(SC\$2:\$E\$2;C5:E5)	70000	
5	Прибуток	ум. од	161	75	275			
6							=СУММПРОИЗВ(C2:E2;C5:E5)	
7								

Рис. 2. Розрахунки

установити курсор у чарунку E10 – цільова функція; вибрати команду **Сервис – Поиск решения**; у вікні **Поиск решения** заповнити так поля, як указано (обмеження додавати за допомогою кнопки **Добавить** (рис.б. 3))

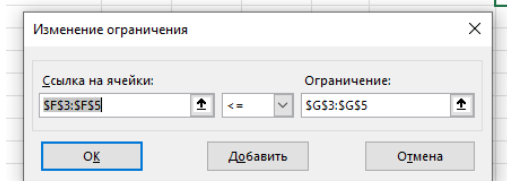


Рис. 3. Додавання обмежень

натиснути кнопку **Параметры** і встановити параметри, як вказано на рис. 4, і натиснути кнопку **ОК**;

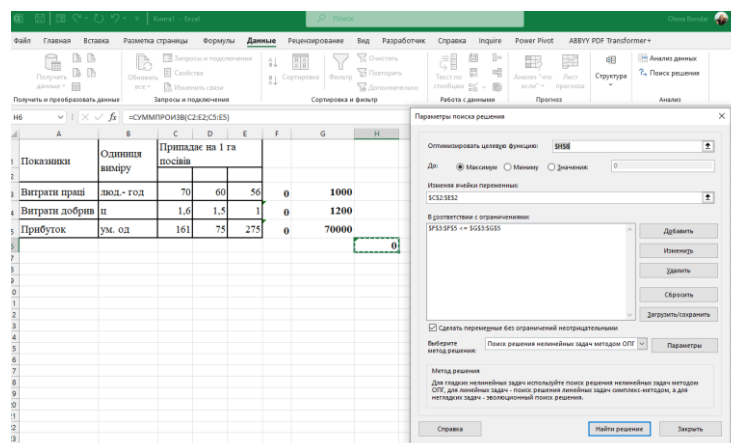


Рис. 4. Встановлення параметрів

у вікні **Поиск решения** натиснути кнопку **Выполнить**;
якщо результати вас задовольняють, у вікні **Результаты поиска решения** (рис. 5) вибрати перемикач **Сохранить найденое решение** і натиснути кнопку **ОК**.

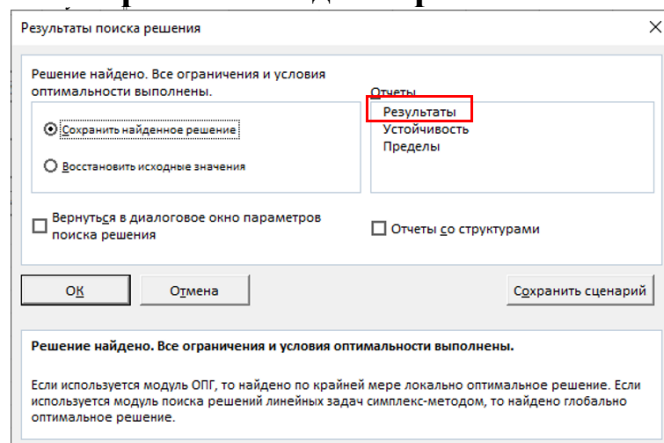


Рис. 5. Результаты пошуку рішення

На рис. 5 бачимо результати розв'язання задачі. Площа озимої пшениці – 625 га, Гречки – 200 га, прибуток – 155625 грн, використано всі ресурси по добривах, але залишилися недовикористаними площа та трудові ресурси.

Завдання для самостійного розв'язання

Моделі лінійного програмування для оптимізації лісових ресурсів.

Завдання 1

Оптимізація розміщення побічних продуктів лісового господарства

Лісове господарство має 24 га вільного пару і зацікавлене в отриманні з них доходів. Може вирощувати умовне рослинництво, яке досягає товарного стану за один рік, або биків, які відводять частину землі під пасовище. Продукція рослинництва вирощується і реалізується партіями по 1000 кг. Для вирощування однієї партії продукції потрібно 1,5 га і 4 га, щоб прогодувати одного бика Лісове господарство витрачає на своє бічне виробництво всього 200 годин на рік. На вирощування однієї партії продукції йде 20 годин. Також на догляд за одним биком йде 20 годин. Лісове господарство має можливість використовувати для цих цілей 6 тис. Щорічні витрати на партію продукції рослинництва складають 150 пив. і 1200 грн. за бика. Вже підписано контракт на поставку 2 биків. Один кілограм продукції рослинництва принесе чистий дохід в 2 грн. 50 копійок, один бик - 5 тисяч грн.

Завдання 2

Лісова промисловість, яка має лісопильний і фанерний цехи, зіткнулася з проблемою найбільш раціонального використання виділеної площі. Щоб отримати 2,5 м3 товарних комплектів пиломатеріалів, необхідно використовувати 2,5 м3 ялини і 7,5 м3 деревини ялиці. Для виготовлення потрібно 100 м2 фанери, 5 м3 ялини і 10 м3 деревини ялини. Виділена площа містить 80 м3 ялини та 180 м3 деревини ялиці. Згідно з умовами поставки, за планований період необхідно виготовити не менше 10 м3 пиломатеріалів і 1200 м2 фанери. Дохід з 1 м3 пиломатеріалів становить 80 000 грн., а з 100 м2 фанери - 300 000 грн.

Завдання 3

У лісозаготівельній промисловості розкряжування батогів здійснюється в асортименти. Потрібно отримати асортименти трьох видів - довжина 6, 2,2 і 1,5 м. Довжина середньої батоги - 31 м, середній діаметр - 0,3 м. План поставки асортиментів,

відповідно, становить 30 000 м³, 86 000 м³ і 40 000 м³. Використовуючи карту хлистового різання без урахування товщини різу і розбігу (таблиця), визначте оптимальний план різання.

Асортимент, м	Варіанти нарізки батогів										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6	5	4	4	3	3	2	2	1	1	0	0
2,2	0	2	1	5	0	4	1	9	2	10	1
1,5	0	1	3	1	8	6	11	3	13	6	19
Відходи	1	1,1	0,3	0,5	1,0	1,2	0,3	0,7	1,1	0	0,3

Завдання 4

Цех випускає два види продукції: обрізну дошку і брус. Для внесення потрібно 1 м³ бруса, 2,5 м³ сосни або 3 м³ ялини. Для внесення 1 м³ дошки, 3 м³ сосни або 3,5 м³ ялини. Максимальні добові запаси сосни становить 200 м³, ялини - 300 м³. Добова потреба в деревині становить 100 м³, в дошці - 150 м³ за оптовими цінами за 1 м³ бруса - 2000 грн., за 1 м³ дошки - 3000 грн.

Завдання 5

У лісовому господарстві використовується два види кормів для годування тварин. Добовий раціон тварини повинен містити не менше 6 одиниць речовини А і 12 одиниць Б. Скільки корму потрібно щодня споживати на одну тварину, щоб витрати були мінімальними (згідно табл.)?

Поживні речовини	Кількість поживних речовин в 1 кг корму виду:	
	1	2
А	2	1
В	2	4
Ціна 1 кг, грн	2	3

Поживні речовини	Кількість поживних речовин в 1 кг корму виду:	
	1	1
А	2	1
В	2	4
Ціна 1 кг, грн	2	3

Завдання 6

Деревообробний цех заводу отримав замовлення на випилювання з фанери двох видів заготовок на 1000 виробів. Відомо, що на один виріб припадає 2 заготовки першого типу і 3 другого. Існує три способи різання: при першому способі з листа фанери отримують 5 заготовок першого типу і 2 заготовки другого типу, при другому: 1 заготовку першого типу і 2 заготовки другого і третього - 3 і 4 відповідно. Скільки листів фанери потрібно нарізати для кожного способу, щоб виконати замовлення і звести витрата фанери до мінімуму?

Завдання 7

Лісова промисловість має три види деревини в кількості: 1 - 1000 м³, 2 - 500 м³, 3 - 700 м³, для виготовлення виробів А, В, С і Д). Норми витрати деревини в м³ на виготовлення одиниці кожного виробу і прибутку від реалізації одиниці продукції наведені в таблиці. Визначити, скільки продукції кожного виду має випускатися

підприємством, щоб загальний прибуток від реалізації всієї продукції була максимальною?

Сировина	Норми витрати сировини на одиницю продукту			
	A	B	C	D
1	0,1	0,15	0,2	0,25
2	0,2	0,4	0,3	0,1
3	0,4	0,5	0,1	0,2
Прибуток, грн.	10	20	30	10

Задача 8

Виробництво двох видів лісової продукції має пройти три операції. Час, витрачений на кожну операцію з виготовлення одного виробу, прибуток від реалізації одного товару представлені в таблиці. Скільки продукції кожного виду має випустити підприємство, щоб отримати максимальний прибуток за умови, що кількість виробів А має бути не менше 10, а Б - не більше 70 одиниць?

Вироби	Витрати на продукцію			Прибуток, грн.
	1	2	3	
A	11	7	16 9	25
B	6	8		38
Фонд операційного часу	600	700	1300	



Практичне заняття 2.2

Методи оптимізації. Концепція оптимізаційної моделі. Лінійне програмування.

Мета: Ознайомити студентів із базовими принципами методів оптимізації та їх застосування у розв'язанні практичних задач. Вивчити концепцію оптимізаційних моделей і принципи формалізації задач оптимізації. Навчити будувати та розв'язувати задачі лінійного програмування.

План

Розв'язання задачі за допомогою:

1. Графічного методу (для задач із двома змінними).
2. Excel Solver або інших програмних інструментів.
3. Аналіз отриманих результатів, перевірка відповідності обмеженням.

Розв'язання транспортної задачі за допомогою функції «Пошук Рішення»

Відомо обсяги поставок і потреба споживачів (таб. 1). Задано тарифи на перевезення 1т. Вантажу від кожного постачальника кожному споживачу (таб. 2).

Необхідно визначити напрямки та обсяги вантажоперевезень з мінімальними витратами на перевезення. При цьому всі вантажі повинні бути вивезені, а потреби задоволені. Перевезення вантажу повинно здійснюватися тільки від постачальника до споживача.

Вхідні данні

Таб. 1. Постачальники Вантаж

Таб. 2. Споживачі вантаж

Постачальник	Вантаж
1	1900
2	2050
3	1800
4	1950
	7700

Споживач	Вантаж
1	1320
2	1250
3	1230
4	1200
5	1340
6	1360
	7700

Тарифи на перевезення, грн./т

Постачальники	Споживачі					
	1	2	3	4	5	6
1	7	6	8	10	5	6
2	8	6	9	7	8	5
3	6	10	5	8	8	7
4	10	9	7	8	8	8

Розташувати ці данні як показано на рис 1

Для розв'язання цієї задачі необхідно:

- побудувати такі таблиці, як вказано на рис 2.;
- ввести формули, як вказано на рис. 3;
- виконати команду **Дані – Пошук Рішення**;
- у вікні **Пошук Рішення** заповнити поля, як показано на рис. 4, при цьому треба встановити обмеження – обсяг вантажу, перевезеного споживачеві, повинен дорівнювати його потребам; обсяг вантажу, перевезеного постачальником, повинен дорівнювати його можливостям;
- натиснути кнопку **Знайти рішення**;
- у вікні **Поиск решения** натиснути кнопку **Выполнить**;
- якщо результати рішення (рис. 5) Вас задовольняють, у вікні **Результаты поиска решения** (рис. 6) вибрати перемикач **Сохранить найденое решение** і натиснути кнопку **ОК**.

118								
	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2	Постачальник	Вантаж		Споживач	Вантаж			
3	1	1900		1	1320			
4	2	2050		2	1250			
5	3	1800		3	1230			
6	4	1950		4	1200			
7		7700		5	1340			
8				6	1360			
9					7700			
10	Тарифи на перевезення, грн./т							
11								
12	Постачальни	Споживачі						
13	ки	1	2	3	4	5	6	
14	1	7	6	8	10	5	6	
15	2	8	6	9	7	8	5	
16	3	6	10	5	8	8	7	
17	4	10	9	7	8	8	8	
18								
19								

Рис. 2. Таблиці для розв'язання

11						
12	Постачальники	Споживачі				
13	1	2	3	4	5	6
14	1	7	6	8	10	5
15	2	8	6	9	7	8
16	3	6	10	5	8	8
17	4	10	9	7	8	8
18						
19	Постачальники	Споживачі				
20	1	2	3	4	5	6
21	1					
22	2					
23	3					
24	4					
25		=СУММ(B21:B24)	=СУММ(C21:C24)	=СУММ(D21:D24)	=СУММ(E21:E24)	=СУММ(F21:F24)
26						
27						=СУММПРОИЗВ(B14:G17;B21:G24)

Рис. 3. Формулы для розв'язання

The screenshot shows an Excel spreadsheet with a linear programming problem setup. The data is organized into tables for suppliers (Постачальники), consumers (Споживачі), and transportation costs (Тарифи на перевезення). The Solver Parameters dialog box is open, showing the objective function (G27) and constraints (B25:G25 <= E25:G25, H25:G25 <= I25:G25). The 'Make the variable non-negative' checkbox is checked.

Рис. 4. Формулы для розв'язання

The screenshot shows the Solver Results dialog box, indicating that a solution has been found. The 'Load Solution' checkbox is selected. The 'Reports' section shows that the 'Results' report is being generated. The final solution is displayed in the spreadsheet, showing the optimal values for the decision variables (B21:G24) and the objective function (G27).

Рис. . Розв'язок задачі

Завдання для самостійного розв'язання

Завдання 1

Підприємство повинно випускати за планом продукції А - 500 одиниць, Б - 300 одиниць, С - 450 одиниць на двох верстатах, причому кожна може виконувати операції з випуску всіх трьох видів продукції. Час, витрачений на виробництво одиниці виробу для кожної з двох машин, наведено в таблиці. Як розподілити роботу верстатів так, щоб час, витрачений на виконання плану, був мінімальним?

Машини	Виробництво		
	А	В	С
1	4	10	10
2	6	8	20

Завдання 2

На підприємстві дається щомісячна програма на виготовлення чотирьох видів продукції в кількості: тип А - 5000, Б - 2000, С - 3000, Д - 1600. Компанія має три групи машин з різною потужністю. Сумарно допустимий наробіток за цей період для кожної групи машин: перша - 800 годин, друга - 1000 годин, третя - 1500 годин. Норми часу (в годинах) на виготовлення одного виробу на кожній машині і дані про витрати (в грн.) на виготовлення кожного виробу на верстатах різних груп наведені в таблиці. Потрібно розподілити виготовлення продукції на групи машин таким чином, щоб була передбачена задана програма виготовлення продукції і щоб загальні витрати були мінімальними.

Групи верстатів	Норми часу на верстатах, годин				Витрати на виготовлення одиниці виробу, грн.			
	1	2	3	4	А	В	С	Д
1	0,5	0,3	0,4	0,1	0,12	0,25	0,3	0,4
2	0,4	0,2	0,2	0,5	0,15	0,15	0,4	0,2
3	0,4	0,1	0,3	0,6	0,18	0,35	0,5	0,1

Завдання 3

Скласти оптимальний план постачання трьох лісопилок з трьох ділянок рубки, забезпечивши найменші транспортні витрати, якщо відомо, що потреба кожного заводу в лісоматеріалах становить 25 лісовозів на добу, а добовий вихід лісоматеріалів на ділянках рубки становить: 1 - 25, 2 - 30, 3 - 25 лісовозів.

Відстані транспортування наведені в таблиці:

ділянки різання	Лісопильні		
	1	2	3
I	8	15	50
II	10	17	20
III	30	25	15

Завдання 4

При плануванні розвитку побічних продуктів лісового господарства для постачання ферм кормами були призначені 4 ферми великої рогатої худоби і 4 польових сівозмін. Потрібно скласти оптимальний план транспортування кормів з полів в господарства, що забезпечує найменші транспортні витрати (т · км).

Потреба ферм в кормах

Номера ферм	Назви ферм	Поголів'я, гол.	Потреба в кормах, т
-------------	------------	-----------------	---------------------

1	Молочна	800	5440
2	Молочна	400	2720
3	Молочна	400	2845
4	Відгодівлю молодняку	2800	13905
Всього		4400	24910

Розміщення сівозмін і вихід кормів

Номери Сівозміни	вихід корму, т	Відстань від полів до ферм, км			
		ферма 1	ферма 2	ферма 3	ферма 4
1	3580	3,7	1,4	6,7	7,3
2	5203	2,1	2,6	4,3	4,5
3	2816	4,3	5,5	1,5	5,8
4	13311	5,9	4,1	3,7	3,4
Всього	24910				

Завдання 5

Скласти план оптимального розподілу робіт на бічному виробництві лісогосподарського підприємства по маркам тракторів з мінімальними витратами на їх реалізацію.

Обсяг робіт і вартість їх виконання на 1 га представлені в таблиці:

Види робіт	Обсяг робіт за видами	Обсяг робіт по маркам тракторів		
		К-700А 314	Т-150К 308	МТЗ-80М 230
боронування	121	1,23	1,14	1,82
Передпосівна культивация	237	3,33	3,00	4,00
Доставка мінеральних добрив	329	0,10	0,15	0,22
Внесение орг. добрив	165	1,67	1,63	2,66

Завдання 6

У лісовому господарстві є кілька ділянок вирубки з запасом деревини: I - 600, II - 320, III - 560, IV - 450 м³.

Потреба в деревині становить: лісопилка - 470, залізнична станція - 1100, власні потреби 170, складські площі - 250.

Перевезення деревини здійснюється лісовозами КамАЗ-4310. Вартість транспортування – 80грн./т/км.

Відстані перевезень наведені в таблиці:

Ділянки різання	Лісопильний завод	Залізничний вокзал	Власні потреби	Складська площадка
I	8	19	12	11
II	16	14	8	19
III	11	9	6	7
IV	21	25	15	15

Скласти оптимальний план транспортування деревини від лісозаготівельних майданчиків до пунктів споживання.



Практичне заняття 2.3

Трендові моделі та їх характеристика. Динаміка лісових насаджень.

Мета: Ознайомити студентів з основними поняттями та типами трендових моделей, які використовують для аналізу. Розвинути розуміння принципів побудови математичних моделей для опису динаміки змін природних явищ, зокрема сформувати навички збору, віз

Навчити оцінювати точність трендових моделей і використовувати їх для прогнозування змін у площі лісових масивів у майбутньому.

Розвинути вміння інтерпретувати отримані результати та використовувати їх у практичних екологіях

План:

1. Поняття трендових моделей:
2. Типи трендів: лінійні, нелінійні, сезонні, циклічні.
3. Основні методи побудови трендових моделей:
4. Метод найменших квадратів (МНК) для лінійної моделі.
5. Графічне представлення даних
6. Динаміка лісових насаджень: фактори, що впливають на зміну площі лісів (вирубка, зміна клімату, природні катаклізми)
7. Використання трендових моделей для моніторингу та прогнозування стану лісів.

Практичне завдання.

1. Аналіз і візуалізація даних. Побудова графіка часових рядів. (Для створення графіка використовуємо Excel, Python, або R.)
2. Побудова лінійної трендової моделі
3. Розрахунок рівняння тренду методом найменших квадратів.
4. Побудова графіка з накладанням трендової лінії.
5. Прогнозування. Використовується отриманої моделі для прогнозування змін у площі лісів на 5-10 років вгору
6. Оцінка надійності прогнозу з урахуванням обмежень моделі.

Методичні рекомендації.

Алгоритм побудови прогнозної моделі

Для прогнозування обсягу продажів, що має сезонний характер, використаємо наступний алгоритм побудови прогнозної моделі:

1. Визначається тренд, який найкращим чином апроксимує фактичні дані.
2. Віднімаючи з фактичних значень обсягів продажів значення тренда, визначають величини сезонної компоненти і корегують таким чином, щоб їх сума дорівнювала нулю.
3. Розраховуються помилки моделі як різниці між фактичними значеннями і значеннями моделі.
4. Будується модель прогнозування:

$$F = T + S \pm E$$

де:

F- прогнозоване значення;

T- тренд;

S - сезонна компонента;

E - помилка моделі.

Практична реалізація методу:

ПРИКЛАД.

Вихідні дані: обсяги реалізації продукції за два сезони. В якості вихідної інформації для прогнозування була використана інформація про обсяги збуту морозива "Пломбір" однієї з фірм у Києві. Дана статистика характеризується тим, що значення обсягу продажів мають виражений сезонний характер із зростаючим трендом. Вихідна інформація представлена в табл. 1.

Таблиця 1.

Фактичні обсяги реалізації продукції					
№п.п.	Місяць	Обсяг продажу (грн.)	№п.п.	Місяць	Обсяг продажу (грн.)
1	липень	8174,4	13	липень	8991,84
2	серпень	5078,33	14	серпень	5586,16
3	вересень	4507,2	15	вересень	4957,92
4	жовтень	2257,19	16	жовтень	2482,91
5	листопад	3400,69	17	листопад	3740,76
6	грудень	2968,71	18	грудень	3265,58
7	січень	2147,14	19	січень	2361,85
8	лютий	1325,56	20	лютий	1458,12
9	березень	2290,95	21	березень	2520,05
10	квітень	2953,34	22	квітень	3248,67
11	травень	4216,28	23	травень	4637,91
12	червень	8227,569	24	червень	9050,3264

Задача: скласти прогноз продажів продукції на наступний рік по місяцях.

1. Побудова моделі.

Створимо моделі, що описують продажу морозива.

1.1 Нам не відомо яке з рівнянь трендів дасть найкращий результат, тому на даному етапі моделювання найдоцільніше використовувати всі лінії тренду, які може будувати програмний продукт MS Excel:

- лінійний тренд;
- логарифмічний тренд;
- поліноміальний тренд (візьмемо 6-ю ступінь, щоб побачити помилки, допущені раніше);
- статичної тренд;
- експонентний тренд.

За коефіцієнтами детермінації видно, що найбільш кращий поліном, а найменш - лінійний тренд. Але тому коефіцієнт детермінації (R^2) не визначає точність всієї моделі, то вибір тренда на цьому етапі ми зробити не можемо.

1.2. Рівняння ліній тренда приймають вид, вказаний на Рис. 1. Щоб отримати цифрові значення ліній тренда за кожен місяць, необхідно внести рівняння, показані на графіку в осередки MS Excel у вигляді формул, де X (незалежна компонента) - це послідовність чисел від 1 до 24 (див. малюнок 2). А Y - це значення рівняння лінії тренду для кожного з X.

Аналогічно поліному, розрахуємо лінійний і логарифмічний тренди. Результати розрахунків в таблиці 3.

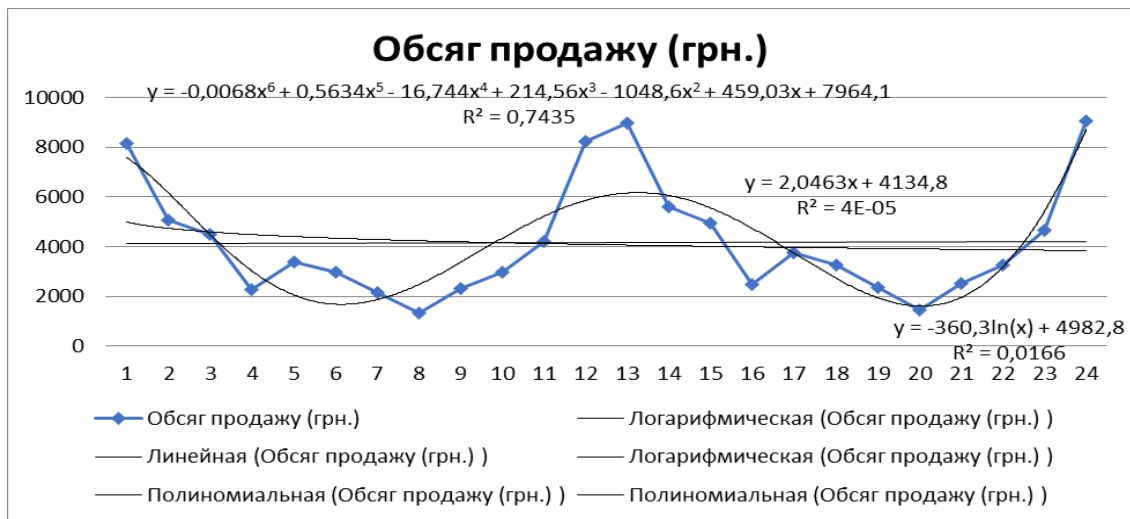


Рис. 1. Вибрані лінії тренду.

До речі кажучи, значення поліноміального тренда, отримані при роботі, абсолютно не збігаються з даними, які отримав Кошечкин С.А. у своїй статті. Якщо хто-небудь зможе підказати як він розраховував дані поліноміального тренда, буду дуже вдячний.

Таблица 3.

Дані отримані за допомогою рівнянь ліній трендів

№п.п.	Місяць	Обсяг продажу (грн.)	Поліном тренд	Лінійний тренд	Логарифм тренд
1	липень	8174,4	7573,317	4136,046	4982
2	серпень	5078,33	6155,792	4138,092	5231,53299
3	вересень	4507,2	4476,995	4140,138	5377,50042
4	жовтень	2257,19	3026,496	4142,184	5481,06597
5	листопад	3400,69	2074,625	4144,23	5561,39765
6	грудень	2968,71	1724,912	4146,276	5627,03341
7	січень	2147,14	1962,207	4148,322	5682,52765
8	лютий	1325,56	2696,48	4150,368	5730,59896
9	березень	2290,95	3802,301	4152,414	5773,00085
10	квітень	2953,34	5154	4154,46	5810,93063
11	травень	4216,28	6656,507	4156,506	5845,2423
12	червень	8227,569	8271,872	4158,552	5876,56639
13	липень	8991,84	10041,47	4160,598	5905,38177
14	серпень	5586,16	12103,86	4162,644	5932,06064
15	вересень	4957,92	14708,38	4164,69	5956,89807
16	жовтень	2482,91	18224,35	4166,736	5980,13194
17	листопад	3740,76	23146,04	4168,782	6001,9568
18	грудень	3265,58	30093,2	4170,828	6022,53383
19	січень	2361,85	39807,41	4172,874	6041,99803
20	лютий	1458,12	53144	4174,92	6060,46362
21	березень	2520,05	71059,7	4176,966	6078,02808
22	квітень	3248,67	94595,95	4179,012	6094,77528
23	травень	4637,91	124857,9	4181,058	6110,77792
24	червень	9050,3264	162989,2	4183,104	6126,09938

Рівняння поліноміальної лінії тренда в форматі MS Excel.

$$y = -0,0068x^6 + 0,5634x^5 - 16,744x^4 + 214,56x^3 - 1048,6x^2 + 459,03x + 7964,1$$

$$R^2 = 0,7435$$

1.3. У випадку, якщо здійснюється не тактичний, а стратегічний аналіз, тобто зібрані дані хоча б за 4 сезони, то сезонна компонента (S) може бути представлена окремими рівняннями, що збільшить точність S. Не слід забувати, що це ускладнить процес моделювання. Але тому вихідні дані є лише за 2 періоду, то вибір середніх величин в розрахунку сезонних компонент є оптимальним.

1.4. Використовуючи методику Кошечкіна С.А., розраховуємо сезонну компоненту для кожного з рівнянь тренда. З фактичних даних віднімаємо значення ліній тренда для кожного з сезонів. Маємо 3 таблиці (табл. 4-6).

Таблиця 4.

Розрахунок сезонної компоненти для моделі з поліноміальним трендом.

Місяць	Сезон 1	Сезон 2	Середнє	Сезонная компонента
липень	601,083	-1049,625	-224,271	763,617125
серпень	-1077,462	-603,093	-840,2775	147,610625
вересень	30,205	-807,255	-388,525	599,363125
жовтень	-769,306	-2569,7	-1669,503	-681,614875
листопад	1326,065	-451,071	437,497	1425,385125
грудень	1243,798	-109,924	566,937	1554,825125
січень	184,933	-473,622	-144,3445	843,543625
лютий	-1370,92	-1366,58	-1368,75	-380,861875
березень	-1511,351	-1074,26	-1292,8055	-304,917375
квітень	-2200,66	-2117,03	-2158,845	-1170,956875
травень	-2440,227	-3659,9	-3050,0635	-2062,175375
червень	-44,303	-3399,11	-1721,7065	-733,818375
ВСЬОГО:			-11854,658	0,00

Щоб довести середні коливання до 0, необхідно підсумкову суму середніх розділити на кількість періодів в сезоні (у нашому випадку - це 12). Отриманий результат віднімаємо з значень середнього по кожному періоду. У результаті - сума коливань складе абсолютний 0.

У таблиці 4 чітко видно, що відхилення сезонних коливань моделі з поліноміальним трендом від 0 вельми велике і стверджувати, що в моделі виявлена сезонність, ми не можемо. А якщо припускати, що сезонність існує, виходячи з економічних міркувань і знань специфіки ринку і товару, то помилка моделі в підсумку виросте. Таким чином, висока точність моделі, отримана завдяки вибору полінома, буде нейтралізована низькою точністю сезонної компоненти. Щоб перевірити дане твердження, побудуємо повністю модель з поліноміальним трендом.

Таблиця 5.

Розрахунок сезонної компоненти для моделі з лінійним трендом.

Місяць	Сезон 1	Сезон 2	Середнє	Сезонная компонента
липень	4038,354	4831,242	4434,798	4433,979025
серпень	940,238	1423,516	1181,877	1181,058025
вересень	367,062	793,23	580,146	579,327025
жовтень	-1884,994	-1683,826	-1784,41	-1785,228975
листопад	-743,54	-428,022	-585,781	-586,599975
грудень	-1177,566	-905,248	-1041,407	-1042,225975

січень	-2001,182	-1811,024	-1906,103	-1906,921975
лютий	-2824,808	-2716,8	-2770,804	-2771,622975
березень	-1861,464	-1656,916	-1759,19	-1760,008975
квітень	-1201,12	-930,342	-1065,731	-1066,549975
травень	59,774	456,852	258,313	257,494025
червень	4069,017	4867,2224	4468,1197	4467,300725
ВСЬОГО:			9,8277	0,00

У таблиці 5 за сумою середніх величин видно, що спостерігається сезонність коливань, тому сума середніх величин сезонних коливань близька до 0.

Щоб довести середні коливання до 0, необхідно підсумкову суму середніх розділити на кількість періодів в сезоні (у нашому випадку - це 12). Отриманий результат віднімаємо з значень середнього по кожному періоду. У результаті - сума коливань складе абсолютний 0.

Таблиця 6.

Розрахунок сезонної компоненти для моделі з логарифмічним трендом.

Місяць	Сезон 1	Сезон 2	Середнє	Сезонная компонента
липень	3192,4	3086,458231	3139,429116	4782,806082
серпень	-153,202985	-345,9006387	-249,5518118	1393,825154
вересень	-870,3004239	-998,9780724	-934,6392482	708,7377178
жовтень	-3223,87597	-3497,22194	-3360,548955	-1717,171989
листопад	-2160,707648	-2261,196804	-2210,952226	-567,5752602
грудень	-2658,323409	-2756,953833	-2707,638621	-1064,261655
січень	-3535,387654	-3680,148032	-3607,767843	-1964,390877
лютий	-4405,038955	-4602,343618	-4503,691287	-2860,314321
березень	-3482,050848	-3557,978078	-3520,014463	-1876,637497
квітень	-2857,590633	-2846,105283	-2851,847958	-1208,470992
травень	-1628,962298	-1472,867918	-1550,915108	92,461858
червень	2351,002606	2924,227021	2637,614814	4280,99178
ИТОГО:			-19720,52359	0,00

За даними таблиці 6 можна стверджувати, що в моделі з логарифмічним трендом також існують сезонні коливання, тому сума середніх близька до 0.

Розраховані сезонні компоненти для кожного з рівнянь тренда при прогнозуванні просто переносяться на відповідні місяці прогнозного періоду.

1.5. Отримавши 3 сезонних компоненти (S) з 3 рівняннями тренду (T), ми можемо розрахувати помилки побудованих моделей (E). Для цього з вихідних значень завдання необхідно відняти суму $S + T$, $E = F - (S + T)$. Дані розрахунку представлені в таблиці 7.

Таблиця 7.

Значення моделей (T + S) та їх помилок (E).

№	Місяць	ФАКТ	значення поліном. моделі	значення лін. моделі	значення логарифм. моделі	Помилки поліном. моделі	Помилки лін. моделі	Помилки логарифм. моделі
1	липень	8174,4	7573,317	4136,046	4982	601,083	4038,354	3192,4
2	серпень	5078,33	6155,792	4138,092	5231,533	-1077,462	940,238	-153,20299
3	вересень	4507,2	4476,995	4140,138	5377,5004	30,205	367,062	-870,30042
4	жовтень	2257,19	3026,496	4142,184	5481,066	-769,306	-1884,994	-3223,876
5	листопад	3400,69	2074,625	4144,23	5561,3976	1326,065	-743,54	-2160,7076
6	грудень	2968,71	1724,912	4146,276	5627,0334	1243,798	-1177,566	-2658,3234
7	січень	2147,14	1962,207	4148,322	5682,5277	184,933	-2001,182	-3535,3877
8	лютий	1325,56	2696,48	4150,368	5730,599	-1370,92	-2824,808	-4405,039
9	березень	2290,95	3802,301	4152,414	5773,0008	-1511,351	-1861,464	-3482,0508
10	квітень	2953,34	5154	4154,46	5810,9306	-2200,66	-1201,12	-2857,5906
11	травень	4216,28	6656,507	4156,506	5845,2423	-2440,227	59,774	-1628,9623
12	червень	8227,569	8271,872	4158,552	5876,5664	-44,303	4069,017	2351,0026
13	липень	8991,84	10041,465	4160,598	5905,3818	-1049,625	4831,242	3086,4582
14	серпень	5586,16	12103,856	4162,644	5932,0606	-6517,696	1423,516	-345,90064
15	вересень	4957,92	14708,375	4164,69	5956,8981	-9750,455	793,23	-998,97807
16	жовтень	2482,91	18224,352	4166,736	5980,1319	-15741,442	-1683,826	-3497,2219
17	листопад	3740,76	23146,037	4168,782	6001,9568	-19405,277	-428,022	-2261,1968
18	грудень	3265,58	30093,2	4170,828	6022,5338	-26827,62	-905,248	-2756,9538
19	січень	2361,85	39807,411	4172,874	6041,998	-37445,561	-1811,024	-3680,148
20	лютий	1458,12	53144	4174,92	6060,4636	-51685,88	-2716,8	-4602,3436
21	березень	2520,05	71059,697	4176,966	6078,0281	-68539,647	-1656,916	-3557,9781
22	квітень	3248,67	94595,952	4179,012	6094,7753	-91347,282	-930,342	-2846,1053
23	травень	4637,91	124857,94	4181,058	6110,7779	-120220,03	456,852	-1472,8679
24	червень	9050,3264	162989,22	4183,104	6126,0994	-153938,89	4867,2224	2924,227

На підставі розрахованих помилок (E) розрахуємо середньоквадратичне відхилення (СКО) для кожного з періодів (див. Таблицю 8). Формула розрахунку наведена в роботі Кошечкіна С.А.

Знаходимо середню квадратичну помилку моделі (E) за формулою:

$$E = \sum O^2 : \sum (T + S)^2$$

де:

T- трендові значення обсягу продажів;

S - сезонна компонента;

O- відхилення моделі від фактичних значень

E = 0,003739 або 0.37%

Величина отриманої помилки дозволяє говорити, що побудована модель добре апроксимує фактичні дані, тобто вона цілком відображає економічні тенденції, що визначають обсяг продажів, і є передумовою для побудови прогнозів високої якості.

Побудуємо модель прогнозування:

$$F = T + S \pm E$$

1.6. Розрахувати середнє значення СКВ, отриманих для кожної моделі, розрахуємо точність за формулою:

$$(\text{точність моделі}) = [1 - (\text{середнє значення СКВ})] * 100\%$$

Точність моделі з поліноміальним трендом = 95.05%

Точність моделі з лінійним трендом = 99.81%

Точність моделі з логарифмічним трендом = 98.66%

Таким чином, високою точністю володіють всі 3 моделі (див. Малюнок 3).

Таблиця 8.

Середньоквадратичне відхилення значень моделі від фактичних даних.

№	Місяць	СКВ поліном. моделі	СКВ лін. моделі	СКВ логарифм. моделі
1	липень	1,079368525	1,97638034	1,640786833
2	серпень	0,82496777	1,227215345	0,97071547
3	вересень	1,006746713	1,088659364	0,83815893
4	жовтень	0,745809676	0,544927507	0,411815879
5	листопад	1,639182985	0,820584282	0,611481181
6	грудень	1,721079104	0,715994304	0,527579949
7	січень	1,094247447	0,517592414	0,377849459
8	лютий	0,491589035	0,319383727	0,231312645
9	березень	0,602516739	0,551715219	0,396838674
10	квітень	0,573019014	0,710884206	0,508238729
11	травень	0,633407281	1,014380829	0,721318259
12	червень	0,994644139	1,978469669	1,400063991
13	липень	0,89547093	2,161189329	1,52265177
14	серпень	0,46151904	1,341973995	0,941689632
15	вересень	0,337081425	1,190465557	0,832298948
16	жовтень	0,136241332	0,595888484	0,415193181
17	листопад	0,161615572	0,897326845	0,623256735
18	грудень	0,108515545	0,782957245	0,542226925
19	січень	0,059331917	0,566000795	0,390905457
20	лютий	0,027437152	0,349256992	0,240595455
21	березень	0,035463844	0,603320688	0,41461638
22	квітень	0,03434259	0,777377524	0,533025395
23	травень	0,037145497	1,10926708	0,758972108
24	червень	0,055527148	2,163543244	1,477339142
Середнє значення:		0,573177934	1,000198124	0,722038797

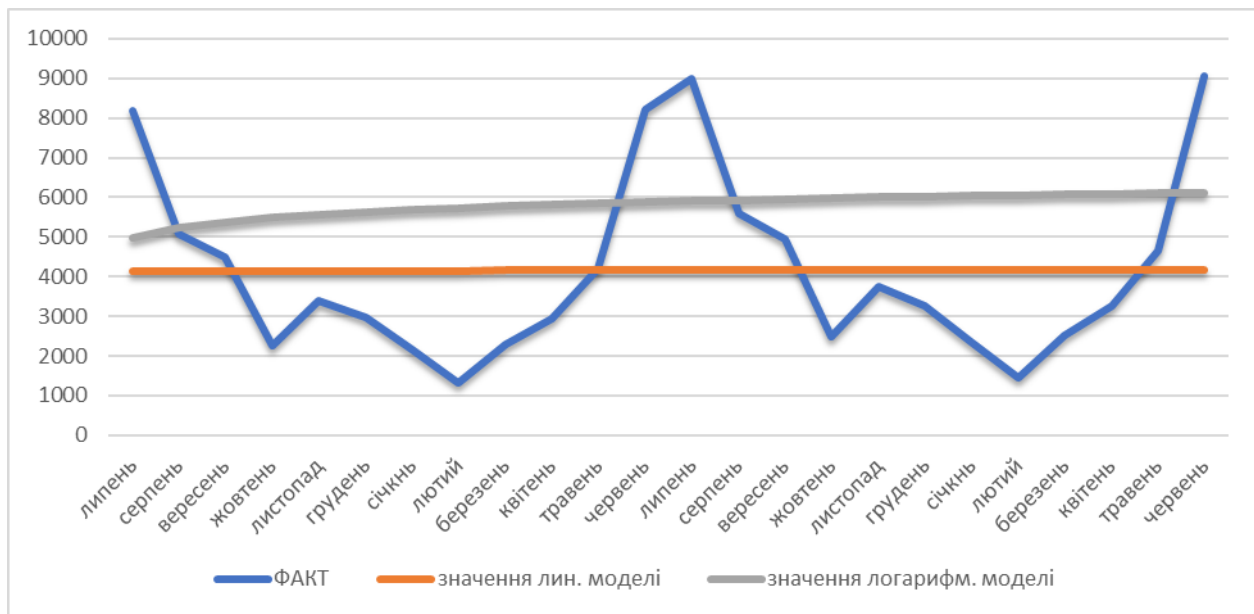


Рис. 3. Моделі, побудовані на підставі різних ліній тренда.

У випадку, якщо точність моделі коливається в районі 90% -100%, то можна стверджувати, що модель досить точна. Однак, модель з лінійним трендом є найбільш точною, тому її показник точності найбільш високий. Отже, прогноз, зроблений на підставі даних лінійної моделі буде найбільш точним. І тільки на даному етапі моделювання ми можемо зробити остаточний висновок про перевагу моделі. Вибравши модель з лінійним трендом, надалі, будемо працювати тільки з нею.

Завдання для самостійного розв'язання

В таблиці 1 представлені основні показники заготівлі лісової продукції по країні.

Таблиця 1

Заготівля деревини за видами лісової продукції по Україні (тис.м³)

	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Кількість заготовленої деревини	18064,6	19746,2	19763,6	20340,6	20672,4	21924,2	22612,8	21923,0	22529,7	20869,6	17826,2
Усі види круглого лісу	16145,6	17510,3	17506,7	18021,9	18333,2	19267,7	19605,7	18913,9	19695,7	17886,6	16773,0
Діловий круглий ліс	7536,0	7989,4	7850,8	8102,1	8158,8	8302,6	8311,3	7296,6	8976,0	9303,4	8996,3
хвойних порід	...	...	...	...	6615,3	6647,4	6762,5	5844,6	6713,2	7314,8	7343,8
листяних порід	...	...	...	...	1543,5	1655,2	1548,8	1452,0	2262,8	1988,6	1652,5
Паливна деревина	8609,6	9520,9	9655,9	9919,8	10174,4	10965,1	11294,4	11617,3	10719,7	8583,2	7776,7
хвойних порід	...	...	...	...	4446,1	4880,0	5462,2	5972,5	6048,4	3950,6	...
листяних порід	...	...	...	...	5728,3	6085,1	5832,2	5644,8	4671,3	4632,6	...
Неліквідна деревина	1919,0	2235,9	2256,9	2318,7	2339,2	2656,5	3007,1	3009,1	2834,0	2983,0	1053,2

Для стабільного розвитку лісової галузі потрібне і відповідне фінансування. Проблема фінансування лісової галузі тісно пов'язана з її специфічними особливостями – довготривалим періодом лісовирощування та поєднання у цьому процесі сил природи і праці. Дослідити залежність кількості лісових насаджень і вирубки лісу від державного фінансування.



**Практичне заняття 2.4 Регресійний аналіз. Попарна регресія.
Рішення типових завдань. Побудова моделі множинної регресії.
Статистична оцінка надійності регресійної моделі.**

Мета: Аналіз та отримання нової інформації за допомогою лісової ГІС (групувати насадження за групами порід, просумувати площі, , створити форму для виведення на друк).

Завдання:

1. виділити деревні породи за окремими кольорами;
2. згрупувати насадження за групами порід та просумувати їх площі; побудувати діаграми розподілу насаджень за групами порід;
3. роздрукувати карту розподілу деревних порід за переважаючими породами.

Методичні рекомендації

Досліджується залежність продуктивності праці Y (т/год) від рівня механізації робіт X (%) за даними 14 промислових підприємств.

Вхідні дані наведено у таблиці 5.

Таблиця 1 - Масив статистичних даних для побудови парної лінійної регресії (статистичні дані продуктивності праці Y (т/год) і відповідного рівня механізації робіт X (%) за 14 промисловими підприємствами)

№ вимірю- вання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
X Рівень механізації робіт, %	11	20	55	35	70	25	62	34	15	20	88	10	11	50
Y Продук- тивність праці, т/год	8	23	29	25	35	17	30	25	20	20	52	13	11	25

Для побудови парної лінійної регресії за допомогою надбудови «Анализ данных» MS Excel необхідно викликати відповідне вікно за допомогою пунктів головного меню СЕРВИС→АНАЛИЗ ДАННЫХ і обрати пункт «Регресия» (див. рис. 1).

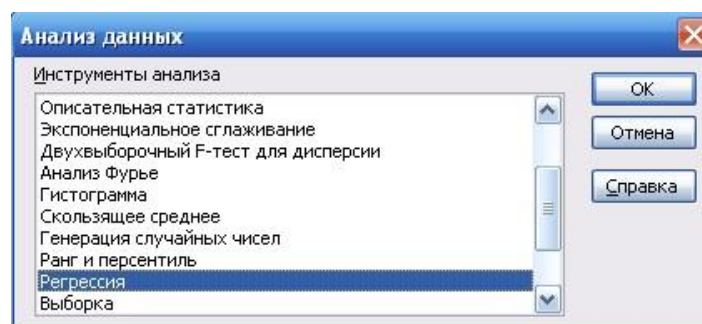


Рис. 1. - Виклик вікна для проведення аналізу даних

Якщо така можливість у пункті меню СЕРВИС відсутня, необхідно вибрати СЕРВИС→НАДСТРОЙКИ і помітити символом $\checkmark$ опцію «Пакет анализа» (див. рис. 2).

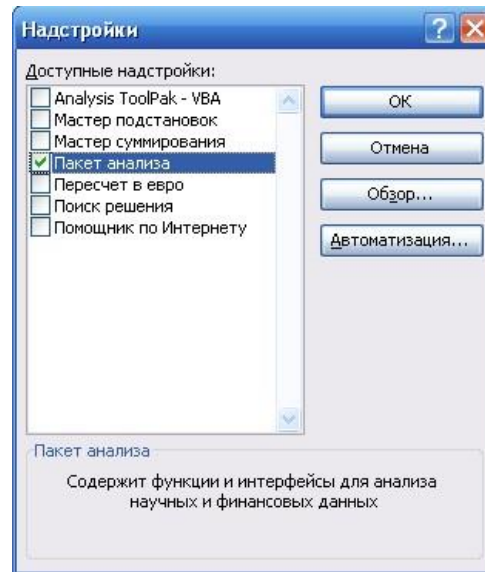


Рис. 2. - Виклик налаштування надбудови MS Excel «Анализ данных»

Мінімально необхідні для нас налаштування проілюстровано на рис. 3:

інтервали вхідних даних для X та Y, рівень надійності та місце виведення результатів – новий робочий лист.

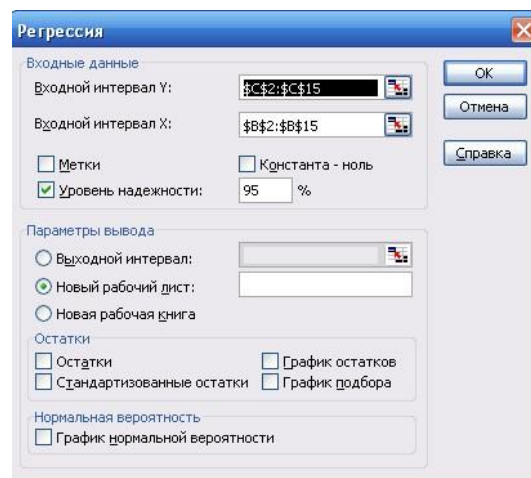


Рис. 3. - Налаштування для проведення регресійного аналізу

Результат проведеного аналізу виводиться на окремому листі, його копія наведена на рис. 4.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	ВЫВОД ИТОГОВ								
2									
3	Регрессионная статистика								
4	Множественный R	0,93							
5	R-квадрат	0,87							
6	Нормированный R-квадрат	0,85							
7	Стандартная ошибка	4,23							
8	Наблюдения	14							
9									
10	Дисперсионный анализ								
11		df	SS	MS	F	Значимость F			
12	Регрессия	1	1381,28	1381,28	77,07	0,00			
13	Остаток	12	215,08	17,92					
14	Итого	13	1596,36						
15									
16		Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%	Нижние 95,0%	Верхние 95,0%
17	Y-пересечение	8,858390375	2,042439	4,337163	0,000966	4,408298233	13,30848	4,408298	13,30848
18	Переменная X 1	0,413008962	0,047046	8,77876	1,43E-06	0,310503681	0,515514	0,310504	0,515514

Рис. 4. - Результат регресійного аналізу, виконаного за допомогою надбудови MS Excel «Анализ данных»

Пояснення щодо отриманого результату зображено на рис. 5.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	ВЫВОД ИТОГОВ								
2									
3	Регрессионная статистика								
4	Множественный R	0,93	коэффициент корреляции коэффициент детерминации						
5	R-квадрат	0,87							
6	Нормированный R-квадрат	0,85							
7	Стандартная ошибка	4,23							
8	Наблюдения	14							
9									
10	Дисперсионный анализ								
11		df (к-сть степеней свободы)	SS	MS	F	Значимость F			
12	Регрессия	1	1381,28	1381,28	77,07	0,00			
13	Остаток	12	215,08	17,92					
14	Итого	13	1596,36						
15									
16		Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%	Нижние 95,0%	Верхние 95,0%
17	Y-пересечение	8,86	2,04	4,34	0,00	4,41	13,31	4,41	13,31
18	Переменная X 1	0,41	0,05	8,78	0,00	0,31	0,52	0,31	0,52
19		b0	b1						
20									
21									
22									
23									

Рис. 5. - Пояснения результату регресійного аналізу, виконаного за допомогою надбудови MS Excel «Анализ данных»

Таблиця 2 - Вхідні дані для практичного завдання. Статистичні дані

Варіант	I	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	X	10	25	56	38	75	23	66	34	17	21	89	19	10	52
	Y	7	22	30	29	39	15	32	22	20	20	55	15	10	39
2	X	65	21	21	65	44	87	22	75	25	75	22	68	32	64
	Y	35	13	21	23	18	26	16	30	13	32	14	22	21	26
3	X	44	56	60	50	65	25	24	46	17	17	84	81	28	42
	Y	20	27	40	18	30	25	22	8	13	13	32	26	17	28
4	X	72	58	15	62	18	28	83	63	49	49	50	65	58	10
	Y	33	19	5	29	19	22	44	31	15	24	22	49	32	12
5	X	65	30	52	41	56	64	44	10	58	56	27	10	16	78
	Y	18	5	4	25	23	6	14	23	13	6	7	8	5	19
6	X	24	55	60	13	30	81	68	41	82	41	38	69	69	26
	Y	36	24	17	7	15	49	45	19	52	40	32	35	39	16
7	X	73	57	55	63	10	37	71	79	68	81	52	72	25	73
	Y	39	22	28	24	4	21	23	34	33	43	19	31	17	34
8	X	10	71	17	64	22	13	11	61	83	44	29	62	11	21
	Y	26	30	11	26	6	10	9	31	44	33	26	40	10	13
9	X	49	74	10	40	76	81	62	68	86	39	82	46	79	13
	Y	25	33	12	20	30	34	27	27	31	20	33	15	36	14
10	X	63	37	73	88	33	79	18	21	34	75	75	81	31	28
	Y	40	24	35	53	13	47	20	15	18	41	44	48	19	15



**Практичне заняття 2.5 Багатовимірні моделі. Дисперсійний аналіз.
Однофакторний та багатфакторний аналіз. Моделі дисперсійного
аналізу: детерміновані, випадкові та змішані.**

Мета: використати дисперсійний аналіз для визначення впливу фактору.

Завдання

На підприємстві працює k станків, що виробляють однотипну продукцію. Планом технічного переозброєння у поточному році передбачається призвести заміну станків, що працюють найменш ефективно. Вам доручається проаналізувати роботу станків протягом останніх 15 діб і встановити, чи є підстави вважати, що станки мають неоднакову продуктивність. Якщо так – їх слід розподілити за ефективністю на 3 однорідні групи: ті, що працюють ефективно, ті, що працюють середнє і ті, що працюють малоефективно і вимагають заміни.

Методичні рекомендації. Приклад виконання роботи

1. 1. Вхідні дані:

а) Кількість станків: 12

б) Значення добової виробки за 15 діб наведено у таблиці 1.1

1.2 Перший етап – попередня статистична обробка. Для кожного з станків розраховуємо середню виробку та дисперсію. Результати розрахунків наведено на рис. 1.2.

1.3 Далі проводимо перевірку дисперсій на однорідність за критерієм Фішера. Для цього:

Таблиця 1

№	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇	x ₈	x ₉	x ₁₀	x ₁₁	x ₁₂
1	12	19	0	12	17	16	19	17	15	11	17	16
2	14	15	19	6	13	16	20	16	14	22	21	17
3	17	19	21	8	15	18	16	16	12	10	16	18
4	16	23	12	19	17	18	18	15	19	13	21	18
5	14	16	7	9	18	16	20	3	12	8	21	16
6	15	14	12	6	17	20	19	16	16	13	17	16
7	15	21	8	3	13	19	19	14	11	13	20	15
8	10	20	13	9	20	22	23	16	13	14	18	14
9	16	12	6	9	16	20	15	15	12	19	17	13
10	9	13	12	12	12	19	19	11	17	11	18	15
11	14	17	15	3	18	17	13	13	13	20	16	18
12	13	20	9	13	17	18	19	11	9	14	18	14
13	15	22	12	4	13	15	18	15	19	8	22	15
14	17	15	9	10	15	16	19	22	9	6	21	17
15	13	18	13	9	12	18	24	9	17	20	13	17

а) Впорядковуємо значення дисперсій за зменшенням (вручну або за допомогою програми сортування у меню кнопці “Данные”).

б) За допомогою статистичної функції $F_{\text{РАСПОБР}}()$ знаходимо критичне значення критерію Фішера для задачі для рівня значимості 0,05 і числа ступенів волі чисельника і знаменника по 14

в) Шляхом множення максимального значення дисперсії (26,46) на максимальне значення D розраховуємо критичне значення дисперсії.

г) Звертаємо увагу, що серед дисперсій наявна значна кількість таких, що менше за критичне значення. Тобто не слід вважати всі дисперсії однорідними. Це не дає можливості використовувати дисперсійний аналіз до всієї сукупності даних.

1.4 Розподіл станків за продуктивністю.

а) Розподіляємо дані за зменшенням середньої продуктивності. Одержуємо результати, що наведені у таблиці 1.2.

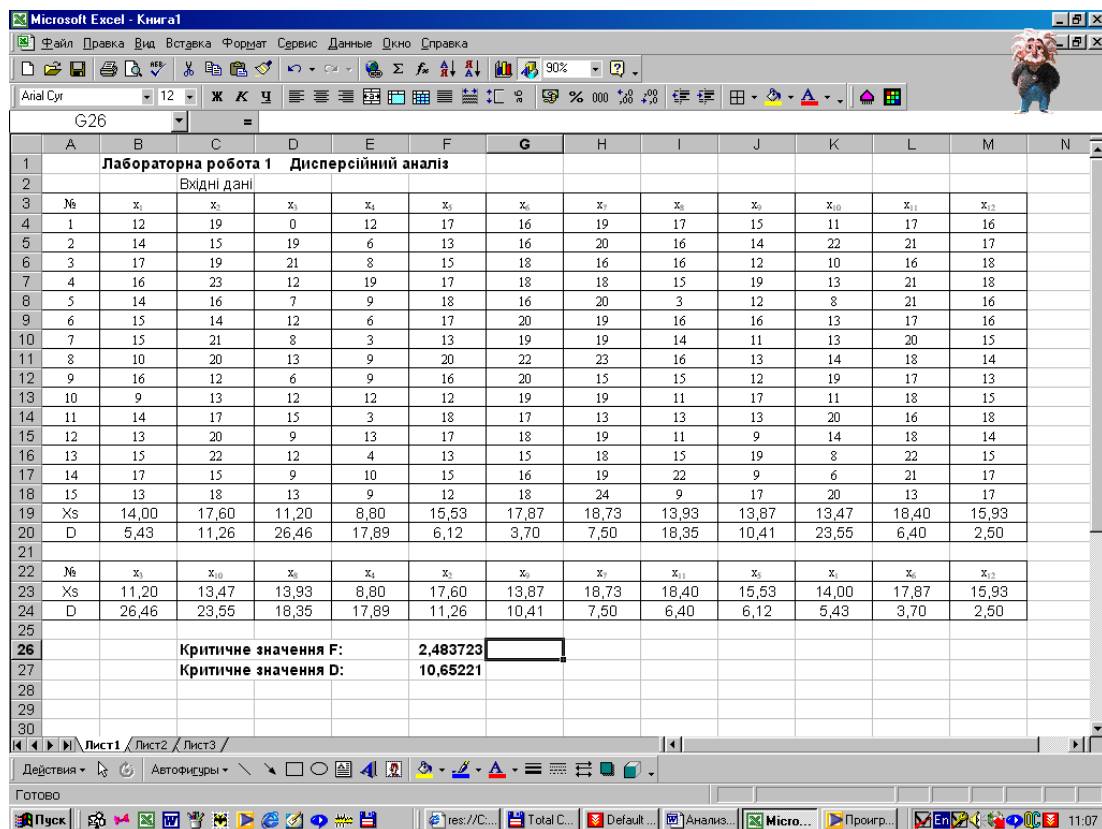


Рисунок 1.1

Таблиця 1.2

№	X ₇	X ₁₁	X ₆	X ₂	X ₁₂	X ₅	X ₁	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₃	X ₄
Xs	18,73	18,40	17,87	17,60	15,93	15,53	14,00	13,93	13,87	13,47	11,20	8,80
D	7,50	6,40	3,70	11,26	2,50	6,12	5,43	18,35	10,41	23,55	26,46	17,89

б) Обираємо, як найменш продуктивні, останні 3 елементи. Перевіряємо однорідність дисперсій (таблиця 1.3). Як впливає з даних таблиці 1.3, дисперсії даної групи є однорідними, оскільки розрахункові значення критерію Фішера для усіх можливих випадках менше критичного значення.

Таблиця 1.3

Відношення	X ₃ /X ₁₀	X ₁₀ /X ₄	X ₃ /X ₄	F _{cr} (0,05;14;14)
F _p	1,12	1,32	1,48	2,48
Висновок	Одн.	Одн.	Одн.	

в) Вилучаємо стовпці X₃, X₄, X₁₀, проводимо їх дисперсійний аналіз за допомогою програми Пакет Аналіза. Одержуємо такі результати:

Групи	Счет	Сумма	Среднее	Дисперсия
X ₁₀	15	202	13,46667	23,552381
X ₃	15	168	11,2	26,4571429
X ₄	15	132	8,8	17,8857143

Источник вариации	SS	df	MS	F	P	F кр
Между группами	163,38	2	81,69	3,61	0,0358	3,22
Внутри групп	950,53	42	22,63			
Итого	1113,91	44				

З них випливає, що розраховане значення критерію Фішера перевищує критичне, тому набір, що аналізували, не є однорідним.

г) Аналізуємо x_3 та x_4 . Результат дисперсійного аналізу:

Источник вариации	SS	df	MS	F	P	F кр
Между группами	43,2	1	43,20	1,95	0,17	4,20
Внутри групп	620,8	28	22,17			
Итого	664	29				

У цьому випадку між групова та внутрішньо групова дисперсії однорідні, тобто група однорідна. Тому, як найменш продуктивні обираємо станки 3 та 4.

д) Відокремимо групу найбільш ефективних станків:

№	x_7	x_{11}	x_6	x_2
$\bar{X}_s$	18,73	18,40	17,87	17,60
D	7,50	6,40	3,70	11,26

Перевіримо однорідність дисперсій. Для цього використаємо критерій Кохрена: відношення максимальної дисперсії до суми дисперсій по усім групам:

$$Q = \frac{S_{\max}^2}{\sum_{i=1}^n S_i^2}$$

Ця величина має розподіл Кохрена з числом ступенів волі $m_i - 1$ і n (m_i – кількість елементів в групі, що має найбільшу дисперсію, n – кількість груп).

Таблицю критичних точок розподілу Кохрена для рівня значимості 0,05 наведено у додатку А.

Для даних, наведених вище, знаходимо:

- сума усіх дисперсій: 28,85;

- максимальна дисперсія : 11,26

$$Q = 11,26/28,85 = 0,3903$$

Кількість ступенів волі: $f=15-1=14$ (убік по таблиці) і $q=4$ (кількість груп, униз по таблиці)

По таблиці для $n=4$ знаходимо: $q=4$, $f=10$, $Q=0,4884$, $f=16$, $Q=0,4366$

Значення для $f=14$ можна знайти інтерполяцією:

$$Q_{cr} = 0,4884 + (0,4366 - 0,4884) * (14 - 10) / (16 - 10) = 0,4519$$

Розраховане значення менше за критичне, тому можна вважати, що дисперсії її однорідними.

д) Перевіряємо однорідність середніх, проводячи дисперсійний аналіз, як це описано у пп. в). Одержано результат:

Источник вариации	SS	df	MS	F	P	F кр
Между группами	11,78	3	3,93	0,54	0,65	2,77
Внутри групп	403,87	56	7,21			
Итого	415,65	59				

Як випливає з результатів, група є однорідною.

Для сукупності x_7 , x_{11} , x_6 одержуємо результат дисперсійного аналізу:

е) Робімо спробу влучити до групи ефективних станків додатково наступний за рангом станок 12. Результат дисперсійного аналізу:

Источник вариации	SS	df	MS	F	P	F кр
Между группами	70,75	4	17,69	2,82	0,03	2,50
Внутри групп	438,80	70	6,27			
Итого	509,55	74				

Влучення привело до появи неоднорідності: розраховане значення F виявилось більшим за критичне.

1.4.5 Висновок: усі станки можна розділити на 3 групи:

- найбільш ефективні: станки № 2,6,7,11, що створюють однорідну групу
- найменш ефективні станки № 3 та 4, що створюють однорідну групу
- проміжні станки – № 1,5,8,9,10,12 – що займають проміжне положення. Ця група на однорідність не перевірялась.

Вхідні дані і порядок виконання роботи

1..1 Вхідні дані генеруються програмою-генератором. Під керівництвом викладача слід генерувати дані та копіювати їх у свою робочу книгу.

1..2 При виконанні роботи додержуватися етапів та принципів, що наведені у розділі 1.4

1..3 Звіт про роботу оформляти у електронному вигляді, у форматі Word. Він повинен містити:

- мету роботи;
- вхідні дані
- стисле описання принципів дисперсійного аналізу з наведенням основних формул;
- описання ходу виконання завдання з наведенням результатів;
- висновки (навести розподіл станків)

1.4 До звіту додається робоча книга Excel з результатами розрахунків.

1.5 На захисті студент повинен надати пояснення до розрахунків і підготувати відповіді на контрольні запитання.

Контрольні запитання

- У чому полягає суть дисперсійного аналізу?
- Яка теорема лежить у основі дисперсійного аналізу, у чому її зміст?
- Як підрахувати кількість ступенів волі у компонентів загальної дисперсії?
- Які початкові умови можливості використання дисперсійного аналізу?
- Що є першим етапом дисперсійного аналізу? У чому полягає його зміст?
- Які критерії можна використовувати для встановлення однорідності дисперсій?
- Який критерій використовується для встановлення значимості впливу рівня фактору, як його можна розрахувати у Excel?



Практичне заняття 2.6 Сутність та оцінка ризику. Вибір оптимальної стратегії в умовах ризику, пов'язаного з невизначеністю навколишнього середовища.

Мета: формування уявлень про методи і технології візуалізації інформації в ГІС, формування навичок візуалізації векторних даних у програмному забезпеченні Q-GIS.

План:

- Методи і технології візуалізації інформації в ГІС.
- Подання картографічних шарів.
- Подання екранних видів (вікон).

4. Подання векторних об'єктів.
5. Подання поверхонь і растрових карт.

Методичні рекомендації. Приклад виконання роботи

Фірма планує розвиток економічної діяльності, який можливий за шістьма стратегіями. Зовнішньоекономічні умови, які будуть впливати на показники ефективності кожної стратегії мають певні ймовірності настання. Виграші при реалізації кожної стратегії та ймовірності зовнішньоекономічних умов приведені в таблиці:

S	Прибуток за умов				
	1	2	3	4	5
S ₁	18	6	25	11	5
S ₂	10	19	13	29	45
S ₃	37	7	5	41	4
S ₄	18	16	11	31	6
S ₅	28	13	19	21	38
S ₆	13	18	23	28	7
P _j	0,67	0,14	0,03	0,1	0,02

Необхідно визначити ефективність та ризикованість кожної стратегії розвитку фірми та зробити висновок, в яку стратегію вигідно вкладати кошти і чому.

Структура роботи (необхідно виконати):

1. Визначити ефективність рішень та оцінити ризикованість рішень на основі показників варіації:
 - На основі дисперсії
 - Стандартного або квадратичного відхилення
 - Коефіцієнта варіації
 - Коефіцієнта семі варіації
 - Семі квадратичного відхилення
 - Коефіцієнту ризику
2. Розрахувати критерії і дати їм тлумачення:
 - 2.1 Критерій Байєса
 - 2.2 Критерій міні ризику
 - 2.3 Критерій Гурвіца:
 - Критерій максимум виграшу
 - Критерій міні ризику
 - Критерій компромісу
 - Критерій крайнього песимізму
 - Критерій крайнього оптимізму
 - 2.4 Критерій Ходжена-Лемана:
 - Критерій максимум виграшу
 - Критерій міні ризику
 - 2.5 Критерій Лапласа
 - 2.6 Критерій Вальда
 - 2.7 Критерій Севіджа

– 2.8 Оцінка ефективності та ризикованості рішень на основі системи критеріїв

Розв'язок:

1. Визначимо середню ефективність кожної стратегії, розрахувавши математичне сподівання за формулою:

$$M_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} * P_{ij}$$

де a_{ij} - прибуток i -стратегії за j -умов

P_{ij} - ймовірність прибутку i -стратегії за j -умов

M_j

14,85
13,55
30,1
17,85
24,01
14,86

Математичне сподівання говорить про те, що найбільш ефективною є 3 стратегія.

• Слідуючим для оцінки кращої ефективності стратегії є визначення дисперсії кожної стратегії. Вона розраховується за формулою:

$$D_i = \sum_{j=1}^n (a_{ij} - M_i)^2 * P_{ij}$$

S	Dj
S ₁	24,1266
S ₂	56,2634
S ₃	151,0096
S ₄	22,0026
S ₅	33,2107
S ₆	24,18762

Чим більшою дисперсією володіє стратегія, тим більш вона ризикована і, відповідно, чим дисперсія менша, тим вона менш ризикована.

• Розрахуємо середнє квадратичне відхилення за формулою:

$$\delta_i = \sqrt{D_i}$$

S	Dj	δ_i
S ₁	28,8864	4,911884
S ₂	130,2624	7,500893
S ₃	180,8096	12,2886
S ₄	37,6576	4,690693
S ₅	49,5424	5,762872
S ₆	28,5344	4,918091

Висновок зберігає тенденцію дисперсії – чим більшим середнім квадратичним відхиленням володіє стратегія, тим більш вона ризикована, і, відповідно, чим середнє квадратичне відхилення менше, тим стратегія менш ризикована. Стратегія 6 має найменший ризик.

• Розрахуємо коефіцієнт варіації за формулою:

$$K_{i \text{ var}} = \frac{\delta_i}{M_i}$$

S	K _{ivar}
S ₁	0,330767
S ₂	0,553571
S ₃	0,408259
S ₄	0,262784
S ₅	0,24002
S ₆	0,330962

Чим менший коефіцієнт варіації, тим краща є стратегія з точки зору ефективності та ризикованості. У нашому випадку S₅ має найменший ризик.

- Розрахуємо показник семі варіації для кожної з даних стратегій.

Показник семі варіації характеризує тільки додатні або тільки від'ємні відхилення від математичного сподівання.

Додатна семі варіація розраховується за формулою :

$$S(\text{var})+ = \frac{1}{P+} * \sum_{j=1}^n (a_{ij} - M_i)^2 * P_{ij} * L_i$$

$$\text{де } P+ = \sum_{j=1}^n L_i * P_{ij}$$

$$L_i = 1, \text{ якщо } a_{ij} - M_i > 0$$

$$L_i = 0, \text{ якщо } a_{ij} - M_i < 0$$

Тобто необхідно взяти ті умови стратегії, які більші за математичне сподівання, відняти від них саме математичне сподівання. Потім різницю піднести до квадрату і помножити на ймовірність взятої умови, а потім скласти різниці умов з математичним сподіванням піднесеного до квадрату і помножене на ймовірність. Додатна семіваріація характеризує середній квадрат відхилення тих значень прибутку, які більше від середнього. Чим менша додатна семі варіація, тим менший ризик і більший шанс отримати більше, ніж заплановано.

Svar+
13,9125
183,8871
56,85675
74,0475
21,13169
148,1058

У нашому випадку S₁ має найменший ризик.

Від'ємна семі варіація розраховується за формулою:

$$S(\text{var})- = \frac{1}{P-} * \sum_{j=1}^n (a_{ij} - M_i)^2 * P_{ij} * L_i$$

$$\text{де } P- = \sum_{j=1}^n L_i * P_{ij}$$

$$L_i = 0, \text{ якщо } a_{ij} - M_i > 0$$

$$L_i = 1, \text{ якщо } a_{ij} - M_i < 0$$

Svar-
55,33788
12,07536
564,3679
5,876667
68,99936
5,944419

Від'ємна семі варіація характеризує середній квадрат відхилення тих значень прибутку, які менші від середнього. Чим більша від'ємна семі варіація, тим більший ризик і менший шанс отримати прибуток. S_3 має найбільший ризик.

- Розрахуємо семі квадратичне відхилення за формулою:

додатне: $SS(var)^+ = \sqrt{S(ar)^+}$

$SS(var)^+$
3,729946
13,5605
7,540342
8,605086
4,596922
12,16987

Чим менше додатне семі квадратичне відхилення, тим менший ризик і більший шанс отримати більше, ніж запланували. S_1 має найменший ризик.

Від'ємне: $SS(var)^- = \sqrt{S(ar)^-}$

$SS(var)^-$
7,438944
3,474961
23,75643
2,424184
8,306585
2,438118

Чим більше від'ємне семі квадратичне відхилення, тим більший ризик і менший шанс отримати прибуток. Має найбільший ризик стратегія S_3

- Розрахуємо коефіцієнт ризику за формулою: $K_r = \frac{M(x)}{M(y)}$, де

$M(x)$ – математичне сподівання втрат (збитків)

$M(y)$ – математичне сподівання прибутків.

Оскільки ми маємо семіквадратичне відхилення додатне і від'ємне, то коефіцієнт ризику можна розрахувати за іншою формулою: $K_r = \frac{SS(var)^+}{SS(var)^-}$.

S	Kr
S_1	0,501408
S_2	3,902345
S_3	0,317402
S_4	3,549684
S_5	0,553407
S_6	4,991502

Таким чином, чим менший коефіцієнт ризику, тим краще співвідношення між ефективністю та ризикованістю вибору рішення. Найкраще співвідношення має S_3

- Щоб дати інтервальну ефективність кожної стратегії, необхідно визначити граничну похибку за формулою: $\Delta_i = t_\alpha * \delta_i$.

S	Δ
S_1	13,6376
S_2	20,82585
S_3	34,11867
S_4	13,02347

S_5	16,00032
S_6	13,65483

Додавши граничну похибку до математичного сподівання, ми отримаємо max можливий рівень ефективності з заданою ймовірністю. Віднявши граничну похибку від математичного сподівання, ми отримаємо min можливий рівень ефективності з заданою ймовірністю. Все це реалізується за формулами:

$$a_{\max} = M_i + \Delta_i$$

$$a_{\min} = M_i - \Delta_i$$

$a_{\max}$	$a_{\min}$
28,4876	1,212402
34,37585	-7,27585
64,21867	-4,01867
30,87347	4,826527
40,01032	8,009675
28,51483	1,205168

Розрахуємо розмах варіації, який показує ступінь оранжування (як дисперсія стандартного відхилення), за формулою: $Rvar = a_{\max} - a_{\min}$

Rvar
27,2752
41,65171
68,23734
26,04695
32,00065
27,30966

Чим більший розмах варіації, тим більшою ризикованістю володіє стратегія і навпаки, чим менший розмах варіації, тим меншою ризикованістю володіє стратегія. Стратегія S_6 має найменший ризик за цим показником.

- Побудуємо інтервали ефективності для кожної стратегії, використавши наступне: $a_{\min} - M_i - a_{\max}$. Таким чином, інтервали мають вигляд:

S	$a_{\min}$		M_j		$a_{\max}$
S_1	28,4876	_____	14,85	_____	1,212402
S_2	34,37585	_____	13,55	_____	-7,27585
S_3	64,21867	_____	<u>30,1</u>	_____	-4,01867
S_4	30,87347	_____	17,85	_____	4,826527
S_5	40,01032	_____	24,01	_____	8,009675
S_6	28,51483	_____	14,86	_____	1,205168

Виходячи з отриманої інформації, можна зробити висновки:

- ❖ Якщо інтервальна оцінка ефективності має додатне значення зліва, то такий ризик незалежно від його ступеня є **допустимим**. Таким ризиком володіють стратегії S_5 та S_6 .
- ❖ Якщо мінімальна границя ефективності від'ємне число, тобто можливі збитки, і ці збитки складають 50% і більше від балансового прибутку, то такий ризик називається **критичним**. Критичні ризики можуть призвести до банкрутства, якщо не страхуватись від них.
- ❖ Якщо мінімальна границя ефективності число від'ємне, тобто можливі збитки і ці збитки складають 50% і більше від капіталу підприємства і чи фірми, то такий

ризик називається **катастрофічним**. Катастрофічні ризики завжди призводять до банкрутства та можливо до втрат людського життя, тому не варто приймати рішення, які володіють катастрофічним ризиком.

Основним з економічних методів управління ризиком є зовнішні та внутрішні страхування від ризиків.

Зовнішні – це страхування від ризиків страховими компаніями. Величина страхування може визначатись, як різниця між запланованим рівнем і мінімальним рівнем ефективності.

Внутрішні – страхування коштів на випадок втрат від ризиків називається резервуванням коштів.

2. Запишемо виграші прибутку та ризику.

S	Прибуток за умов (прибуток)				
	1	2	3	4	5
S₁	18	6	25	11	5
S₂	10	19	13	29	45
S₃	37	7	5	41	4
S₄	18	16	11	31	6
S₅	28	13	19	21	38
S₆	13	18	23	28	7
P_j	0,67	0,14	0,03	0,1	0,02

Ця система статистичних критеріїв запропонована в теорії статистичних рішень для визначення ступеня ефективності та ризикованості рішень, які приймають участь в умовах невизначеності..

Для визначення найприбутковішої та найменш ризикованої стратегії необхідно проаналізувати критерії:

2.1 Критерій Байєса характеризує max середню продуктивність.

$$K_1 = \max \left\{ \sum_{j=1}^n a_{ij} * P_{ij} \right\}$$

K₁
14,85
13,55
30,1
17,85
24,01
14,86

Критерій вказує, що **S₃** є найбільш ефективною.

Перейдемо до матриці ризиків, яка характеризує втрачені можливості стосовно прибутку, якщо інвестор вибере не найкращу стратегію. Максимальний прибуток за кожних зовнішньоекономічних умов позначимо β_j. Тоді

B _{ij}	37	19	25	41	45
-----------------	----	----	----	----	----

Втрачені можливості або ризики записуються за формулою: $R_{ij} = B_{ij} - a_{ij}$

Тоді матриця ризиків запишеться так:

<i>S</i>	<i>Прибуток за умов (ризик)</i>				
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
<i>S</i> ₁	19	13	0	30	41
<i>S</i> ₂	27	0	12	12	1
<i>S</i> ₃	0	12	20	0	42
<i>S</i> ₄	19	3	14	10	40
<i>S</i> ₅	9	6	6	20	8
<i>S</i> ₆	24	1	2	13	39
<i>P_j</i>	0,67	0,14	0,03	0,1	0,02

2.2 Критерій міні ризику розраховується за формулою:

$$K_2 = \min \left\{ \sum_{j=1}^n r_{ij} * P_{ij} \right\}$$

<i>S</i>	<i>K</i> ₂
<i>S</i> ₁	18,37
<i>S</i> ₂	19,67
<i>S</i> ₃	3,12
<i>S</i> ₄	15,37
<i>S</i> ₅	9,21
<i>S</i> ₆	18,36

Критерій міні ризику говорить про те, що мінімальні середні витрати будуть складати **3,12**. За цим критерієм стратегія *S*₃ є найменш ризикованою.

- Критерій Гурвіца (середня ефективність стратегії, критерій максимум виграшу) розраховується за формулою:

$$K_3 = \max_i \left\{ \lambda \max_j (a_{ij}) + (1 - \lambda) \min_j (a_{ij}) \right\}$$

де λ – параметр впевненості інвестора щодо можливого виграшу і характеризує питому вагу, з якої інвестор відбирає максимум і мінімум значення ($0 \leq \lambda \leq 1$)

<i>max</i>	<i>min</i>	<i>K3</i>		
		<i>0,4</i>	<i>0,6</i>	<i>0,8</i>
25	5	13	17	21
45	10	24	31	38
41	4	18,8	26,2	33,6
31	6	16	21	26
38	13	23	28	33
28	7	15,4	19,6	23,8

У нашому випадку *K3* при $\lambda=0,4$ вказує на максимальну ефективність *S*₂, при $\lambda=0,6$ вказує на максимальну ефективність *S*₂, при $\lambda=0,8$ вказує на максимальну ефективність *S*₂,

- Критерій міні ризику (критерій Гурвіца для матриці ризику) розраховується за формулою

$$K_4 = \min_i \left\{ \lambda \max_j (r_{ij}) + (1 - \lambda) \min_j (r_{ij}) \right\}$$

	<i>max</i>	<i>min</i>		<i>K4</i>	
			<i>0,4</i>	<i>0,6</i>	<i>0,8</i>
	42	0	16,8	25,2	33,6
	25	0	10	15	20
	39	0	15,6	23,4	31,2
	39	5	18,6	25,4	32,2
	22	3	10,6	14,4	18,2
	40	5	19	26	33

K4 при $\lambda=0,4$ вказує на те, що S_2 найменш ризикована, при $\lambda=0,6$ вказує на те, що S_5 найменш ризикована, при $\lambda=0,8$ вказує на те, що S_5 найменш ризикована.

• Критерій компромісу (якщо $\lambda=0,5$, то отримаємо критерій компромісу за Гурвіцем) розраховується за формулою:

Для прибутку:

$$K_5(I) = \max_i \left\{ \frac{\max_j (a_{ij}) + \min_j (a_{ij})}{2} \right\}$$

K5(I)
15
27,5
22,5
18,5
25,5
17,5

Критерій компромісів **K5(I)** вказує, що S_2 має найкращу ефективність

Для матриці ризику:

$$K_5(P) = \min_i \left\{ \frac{\min_j (r_{ij}) + \max_j (r_{ij})}{2} \right\}$$

K5(P)
20,5
13,5
21
21,5
13
20

Критерій компромісів **K5(P)** вказує, що S_2 і S_5 найменш ризиковані

• Критерій крайнього песимізму розраховується за формулою:

$$K_6 = \min_j \left\{ \max_i (a_{ij}) \right\} \quad \text{при } \lambda=0$$

K6
25

Критерій **K6** є окремим випадком критерію Гурвіца і в теорії статистичних рішень має назву критерій Вальда.

• Критерій крайнього оптимізму розраховується за формулою:

$$K_7 = \max_j \left\{ \max_i (a_{ij}) \right\} \quad \text{при } \lambda=1$$

K7
45

- 2.4 Критерій Ходжена-Лемана:
- Критерій тах виграшу розраховується за формулою

$$K_8 = \max_j \left[\lambda \sum_{i=1}^n a_{ij} * P_{ij} + (1 - \lambda) \min_j(a_{ij}) \right]$$

K8 – критерій Ходжена-Лемана базується на визначенні середнього зваженого показника ефективності та мінімальної.

	K8		
	0,4	0,6	0,8
8,94	10,91	12,88	
11,42	12,13	12,84	
14,44	19,66	24,88	
10,74	13,11	15,48	
17,404	19,606	21,808	
10,144	11,716	13,288	

Критерій K8 показує, що стратегія S5 є найбільш ефективною при всіх умовах
 $\lambda=0,4$, $\lambda=0,6$, $\lambda=0,8$

- Критерій мінімального ризику розраховується за формулою:

$$K_9 = \min_i \left[\lambda \min_j(r_{ij}) + (1 - \lambda) \sum_{j=1}^n r_{ij} * P_{ij} \right]$$

	K9		
	0,4	0,6	0,8
7,348	11,022	3,674	
7,868	11,802	3,934	
1,248	1,872	0,624	
7,348	11,022	5,474	
6,084	9,126	6,642	
7,744	11,616	4,472	

K9 вказує на те, що стратегія S3 є стратегією з найменш втраченими можливостями при всіх умовах : $\lambda=0,4$,
 $\lambda=0,6$, $\lambda=0,8$

- Критерій Лапласа розраховується за формулою: $K_{10} = \max_i \left[\sum_{j=1}^n a_{ij} / n \right]$

K10
10,83333
19,33333
15,66667
13,66667
19,83333
14,83333

Критерій вказує, що S5 володіє тах середньою ефективністю.

Критерій Лапласа для матриці ризику: $K_{11} = \min_i \left[\sum_{j=1}^n r_{ij} / n \right]$

K11

17,16667
8,666667
12,33333
14,33333
8,166667
13,16667

• Критерій K11 вказує на середні мінімальні втрати, які може мати інвестор, вкладаючи кошти в стратегію. S5 володіє найменшою ризикованістю.

• Критерій Вальда (критерій крайнього песимізму) розраховується за формулою

$$K12=K6$$

25

• Критерій Севіджа розраховується за формулою: $K_{13} = \max_i \left(\min_j (R_{ij}) \right)$

$$K13$$

6

Критерій Севіджа характеризує мінімальні втрати, тому S4 і S6 володіють найменшим ризиком.

• Оцінка ефективності і ризикованості рішень на основі системи критеріїв.

Запишемо усі найкращі результати за критеріями у вигляді таблиці:

K1	K2	K3	K4	K5(P)	K5(Π)	K6	K7	K8	K9	K10	K11	K12	K13
30,1	3,12	24	10	13,5	13,5	27	45	17,4	1,24	19,83	8	27	5
S ₃	S ₃	31	14,4	13	S ₂	S ₁	S ₂	19,61	1,86	S ₅	S ₅	S ₁	S _{4/S₆}
		38	18,2	S _{2/S₅}				21,81	0,62				
		S ₂₍₃₎	S _{2/S₅(2)}					S ₅	S ₃				

Наступна таблиця показує, що кращою стратегією є 2 стратегія, бо вона володіє 39% кращих показників.

S ₁	2	11,111 %
S ₂	7	38,889 %
S ₃	3	16,667 %
S ₄	1	5,5556 %
S ₅	6	33,333 %
S ₆	1	5,5556 %

Також необхідно визначити кращу стратегію за додатковими показниками, які теж були розраховані у вигляді таблиці.

Mj	Di	□	Ki var	S(var)+	S(var)-	SS(var)+	SS(var)-	Kr	R var
30,1	24,19	4,91809	0,24	13,9125	564,37	3,72995	23,7564	0,317	27,31
S ₃	S ₆	S ₆	S ₅	S ₁	S ₃	S ₁	S ₃	S ₃	S ₆

S ₁	2	20 %
S ₂	0	0 %
S ₃	4	40 %
S ₄	0	0 %
S ₅	1	10 %
S ₆	3	30 %

Наступна таблиця показує, що кращою є 3 стратегія, бо вона володіє 40% кращих показників.

Таким чином, кращою по сумі процентів показників є третя стратегія.

Перелік питань до заліку

- 1 Природа економетрії. Роль економетричних досліджень в економіці.
- 2 Особливості економетричних моделей.
- 3 Вибір змінних і структура зв'язків.
- 4 Виробнича функція Коба-Дугласа.
- 5 Моделі пропозиції і попиту на конкурентному ринку.
- 6 Модель Кейнса.
- 7 Модель споживання.
- 8 Загальний вигляд лінійної економетричної моделі, її структура та етапи побудови.
- 9 Передумови застосування методу найменших квадратів (МНК). Оператор оцінювання МНК.
- 10 Верифікація моделі. Перевірка значущості та довірчі інтервали. Прогнозування за лінійною моделлю.
- 11 Методи побудови багатofакторної регресійної моделі.
- 12 Етапи дослідження загальної лінійної моделі множинної регресії.
- 13 Поняття мультиколінеарності та її вплив на оцінки параметрів моделі.
- 14 Ознаки мультиколінеарності.
- 15 Алгоритм Фаррара-Глобера.

Рекомендована література

Основна:

1. Бондар О.С., Трофимчук М.І., Новікова В.В. Економіко-математичне моделювання: методичні рекомендації до вивчення дисципліни “Економіко-математичне моделювання” для здобувачів вищої освіти економічного факультету за спеціальністю 071 «Облік і оподаткування», бакалаврський рівень вищої освіти. Біла Церква: БНАУ, 2020. 105 с. <http://surl.li/jgerb>
2. Вовк В.М., Зомчак Л.М. Оптимізаційні методи і моделі : Навч. посібник. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2014. 360 с.
3. Козьменко О.В. Економіко-математичні методи та моделі (економетрика) : навчальний посібник / О.В. Козьменко, О.В. Кузьменко. – Суми : Університетська книга, 2014. - с. [Електронний ресурс] : Режим доступу : http://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream/123456789/53231/7/Kozmenko_Ekonomiko_matematichni_metody.pdf
4. Кузьмичов А.І. Оптимізаційні методи і моделі: практикум в Excel: Навч. пос.– Київ. ВПЦ АМУ. 2013. 438 с.

5. Махней О. В. Математичне моделювання : навчальний посібник. Івано-Франківськ : Супрун В. П., 2015. 372 с.
6. Шебаніна О. В., Жорова А. М. Математичне моделювання технічних і технологічних процесів на ПЕОМ : курс лекцій для студ. ф-ту механізації сільського господарства VI курсу денної форми навч. спец. 8.10010203-"Механізація сільського господарства" та 8.01010401-"Проф.освіта. Технологія виробництва і переробка продуктів сільського господарства". Миколаїв : МНАУ, 2014. – 114 с. URL : <http://dspace.mnau.edu.ua/jspui/handle/123456789/3518>

Додаткова:

1. Бондар О.С. Модель системного аналізу розвитку економіки регіону. Економіка та управління АПК: збірник наукових праць. №1(132). Біла Церква. БНАУ. 2017. №1(132). С.103-110.
2. Бондар О.С. Моделювання інвестиційних процесів в аграрних підприємствах. Економіка та управління АПК: збірник наукових праць. Вип. 6 (89). Біла Церква: БНАУ, 2011. С.111-116.
3. Бондар О.С. Фінансове моделювання діяльності підприємства з урахуванням факторів ризику. Економіка та управління АПК: Збірник наукових праць. Вип. 7(93). Біла Церква: БНАУ, 2012. С. 82-85.
4. Бондар О.С. Оптимізація бізнес-процесів в управлінні організацією. Економіка та управління АПК : зб-к наук. праць. Вип. 11(106). Біла Церква: БНАУ, 2013. С.105-109.
5. Бондар О.С. Моделювання функціонування і розвитку соціально-економічного стану регіону з урахуванням екологічних факторів / О.С. Бондар, М.І. Трофимчук // Агросвіт, 2020. - № 2. - С.38-48. doi: 10.32702/2306-6792.2020.2.38/
6. Бондар О. С., Ткаченко О. Розділ 5. Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці. 5.1. Математичні моделі для аналізу військових та кризових ситуацій. Сучасний стан та перспективи економічного розвитку України: теорія, методологія, практика : колективна монографія / Кол. авторів. Полтава: ПП «Астроя», 2023. 225 с.
7. Бондар О. С. Інструменти і моделі інтегрованих фінансових ризиків. Наукові дослідження: парадигма інноваційного розвитку: збірник тез наукових праць X Міжнародної наукової конференції (Прага, Чехія, «29» червня 2022 року) / ГО «Міжнародний науковий центр розвитку науки та технологій», 2022. - С. 38-41.
8. Бондар О. С. Вплив діджиталізації на сталий розвиток логістики в Україні /О.С. Бондар, О.В. Ткаченко // Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції «Аграрна освіта та наука: досягнення, роль, фактори росту» Стратегічні пріоритети розвитку економіки, фінансів, обліку, підприємництва та торгівлі, менеджменту, публічного управління в Україні та світі, Біла Церква, 20 жовтня 2022 року. - Біла Церква, 2022. - С. 12-14.

Інтернет ресурси:

1. Лісовий кодекс України / Закон України № 3404-IV “Про внесення змін до Лісового кодексу України”; [Затв. Постановою ВР України 08.02.2006]. – К., 2006. – 15 с. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://www.google.com.ua/search>.
2. Національна бібліотека України імені В.І.Вернадського: режим доступу: <http://nbuv.gov.ua>
- 3.