

## МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ВИВЧЕННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ЯВИЩ

УДК 519.22/25.636.1/5(476/477)'' 1990/2016

**НЕПОЧАТЕНКО А.В.**, канд. екон. наук  
anepochatenko@ukr.net

**НЕПОЧАТЕНКО В.А.**, д-р фіз.-мат. наук  
*Білоцерківський національний аграрний університет*

### ПОРІВНЯЛЬНИЙ РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ КІЛЬКОСТІ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ ТВАРИН І ПТИЦІ В УКРАЇНІ ТА БІЛОРУСІ ЗА ПЕРІОД 1990–2016 РОКІВ

У статті проведено аналіз нелінійних регресій, на основі яких зроблено прогноз економічних показників часового ряду в кризовий період. Регресивні функції отримані за вирішення відповідних диференціальних рівнянь. Показано, на прикладі зміни чисельності поголів'я тварин в Україні та Білорусії за період 1990-2016 рр., що їм можуть відповідати експоненціальна, логістична регресії або їх модифікації. Зроблено прогноз кількості сільськогосподарських тварин і птиці на 2020 рік.

**Ключові слова:** логістична регресія, прогнозування, тваринництво.

**Постановка проблеми.** Із 1991 року почалася глобальна економічна криза в країнах колишнього Радянського Союзу, яка поступово охопила всі галузі економіки, призвела до різкого зниження основних економічних показників, спричинивши згодом глобальну рецесію економіки цих країн. Криза була зумовлена зміною права власності. Для вивчення кризових явищ економіка України є хорошим модельним об'єктом, оскільки криза в ній спостерігається протягом останніх 26 років. У даній роботі як об'єкт регресійного дослідження обрано галузь тваринництва.

Тваринництво Білорусії, так само як і в Україні, перебувало в стані затяжної кризи, однак, починаючи з 2006 року, в них розпочався процес поступового збільшення чисельності поголів'я худоби і птиці. Отже порівняльне регресійне дослідження динаміки поголів'я в Україні та Білорусії і визначення шляхів виходу галузі тваринництва України з кризового стану є актуальним.

Аналіз зміни чисельності поголів'я худоби та птиці проведений за період 1990-2016 рр. по господарствах всіх категорій в цілому.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Вивченню різних аспектів кризового стану сільського господарства присвячено багато праць відомих зарубіжних та вітчизняних вчених, серед яких: О.В. Шубравська, Л.М. Мельник, М.Й. Малік, А.В. Лісовий, О.М. Шпичак, П.Т. Саблук, В.К. Збарський, О.М. Бородіна, М.П. Талавира, В.Я. Месель-Веселяк, А.В. Голубев, Н.І. Шагайда та ін. Однак проблеми, що існують у галузі нині – потребують проведення подальших досліджень та пошуків шляхів їх ефективного вирішення.

Найпростішим методом прогнозування є лінійна екстраполяція значення показника  $K$  по двох попередніх значеннях. Однак, такий метод прогнозування не є точним, оскільки не відображає основну тенденцію зміни економічного показника. Найбільшу точність має метод, заснований на лінійних і криволінійних регресіях.

В основі регресійного аналізу лежить вибір функції, яка найкращим чином апроксимує статистичні дані. На другому етапі визначаються параметри функції за методом найменших квадратів (МНК) [1]. Алгоритм визначення параметрів функції отримано для лінійної регресії [1]. Якість апроксимації статистичних даних визначається середньою абсолютною відсотковою помилкою (mean absolute percentage error [2]):

$$MAPE = \frac{100\%}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left| \frac{E(t)_i}{K(t)_i} \right|, \quad (1)$$

де  $E(t) = K(t) - \hat{K}(t)$ ;  $K(t)$  – статистичне значення, а  $\hat{K}(t)$  – відповідне йому регресійне значення.

Якщо  $MAPE < 10\%$ , то якість апроксимації вважається високою. За  $MAPE > 20\%$  – необхідно переходити до пошуку відповідної криволінійної регресії або усереднення коливань досліджуваного параметра [3].

Криволінійні регресії можна розділити на дві групи. До першої належать криволінійні регресії, які можна перетворити в лінійну регресію логарифмуванням функції й відповідною заміною змінних. Найбільш поширені в економіці регресії такого типу: експоненціальна, показникова, гіперболічна [2, 4].

Друга група регресій – це регресії нелінійні за параметрами. Найбільш поширені [5-9]: S-подібна крива Гомперца, логістична крива Перла-Ріда, крива Торнквіста, крива Джонсона. Два параметра цих регресій можна оцінити з використанням МНК, а інші визначаються чисельним методом.

**Мета дослідження** – проаналізувати динаміку поголів'я тварин та птиці в Україні і Білорусії за період 1990-2016 рр., визначити рівняння регресій, які відповідають цьому процесу, зробити прогноз на 2020 рік й запропонувати напрями виходу галузі тваринництва України з кризисного стану.

**Матеріал та методика досліджень.** У процесі наукового дослідження було використано метод регресійного аналізу, метод чисельного знаходження мінімумів з однією та двома змінними, розв'язок диференціальних рівнянь.

**Основні результати дослідження.** Вибір регресійної функції заснований на вирішенні отриманих диференціальних рівнянь. Нами запропоновано за визначення невідомих параметрів регресії чисельним методом використовувати мінімум середньої абсолютної відсоткової помилки апроксимації.

### 1. Визначення аналітичного виду апроксимуючих функцій.

Розглянемо, яка аналітична функція може відповідати динаміці зменшення поголів'я сільськогосподарських тварин й птиці в кризовий період, коли галузь відчуває особливу потребу в залученні інвестицій та державній підтримці, без якої більшість сільськогосподарських товаровиробників не здатні йти шляхом розширеного відтворення. У цьому випадку зміна кількості тварин  $\Delta N$  є величиною від'ємною, яка пропорційна попередній кількості  $N$  і зміні часу  $\Delta t$ :

$$\Delta N = a_1 \cdot N \cdot \Delta t. \quad (2)$$

Із (2) отримуємо диференціальне рівняння:

$$dN = a_1 \cdot N \cdot dt, \quad (3)$$

рішенням якого є експоненціальна функція:

$$N(t) = a_0 \cdot \exp(a_1 \cdot t), \quad (4)$$

де  $a_0$  і  $a_1$  – параметри функції, які не змінюються в межах досліджуваного часового ряду, параметр  $a_1 < 0$ .

Параметри експоненціальної регресії знаходимо за методом найменших квадратів (МНК), попередньо перетворюючи (4) в лінійну регресію:

$$\ln(N(t)) = a_0 + a_1 \cdot t, \quad (5)$$

$$z = a_0 + a_1 \cdot t, \quad (6)$$

де  $z = \ln(N(t))$ ,  $N(t)$  – статистичні дані про кількість тварин в момент часу  $t$ .

Із МНК отримуємо [1]:

$$a_1 = (\bar{tz} - \bar{t} \cdot \bar{z}) / (\bar{t}^2 - \bar{t}^2); \quad a_0 = \bar{z} - a_1 \bar{t}, \quad (7)$$

де  $\bar{tz} = \frac{\sum_{i=1}^n tz}{n}$ ;  $\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^n t}{n}$ ;  $\bar{z} = \frac{\sum_{i=1}^n z}{n}$ ;  $\bar{t}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n t^2}{n}$ ,  $n$  – обсяг вибірки.

Спадаюча експоненціальна регресія (4) за  $t \rightarrow \infty$  асимптотично наближається до нуля, але коли статистичні дані не відповідають такій асимптоті, то в останньому випадку нами запропоновано використовувати модифіковану експоненціальну регресію:

$$N_1(t, C) = \exp[a_0(C) + a_1(C) \cdot t] + C, \quad (8)$$

де  $C$  – коефіцієнт, який відповідає асимптотичному значенню. Параметри модифікованої експоненціальної регресії знаходимо аналогічно (4) – (6), а параметр  $C$  визначаємо чисельним методом, з мінімуму середньої абсолютної відсоткової помилки апроксимації:

$$MAPE(C) = \frac{100\%}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left| \frac{E(t, C)_i}{N_s(t)_i} \right|, \quad (9)$$

де  $E(t, C) = N_s(t) - N(t, C)$  – різниця між статистичними та регресійними значеннями кількості поголів'я тварин в момент часу  $t$ .

У випадку, коли власних фінансових ресурсів сільськогосподарських підприємств достатньо для забезпечення розширеного відтворення поголів'я худоби і птиці, зміна кількості тварин  $\Delta N$  є величиною позитивною, яка також пропорційна попередній кількості  $N$  і зміні часу  $\Delta t$ :

$$\Delta N = a_1 \cdot N \cdot \Delta t, \quad (10)$$

але коефіцієнт пропорційності  $a_1$  не є постійною величиною за період дослідження, оскільки максимальна можлива кількість тварин  $N_m$  обмежена кормовою базою, умовами утримання і реалізації продукції. Будемо вважати, що  $a_1$  пропорційний різниці між максимальною і попередньою кількістю тварин або птахів:

$$a_1 = a_0(N_m - N). \quad (11)$$

Із рівнянь (10), (11) отримуємо:

$$\Delta N = a_0 \cdot (N_m - N) \cdot N \cdot \Delta t. \quad (12)$$

Рівняння (12) відповідає диференціальному рівнянню Бернуллі [10]:

$$N' - a_0 \cdot N_m \cdot N = -a_0 \cdot N^2, \quad (13)$$

рішенням якого є логістична функція Перла-Ріда:

$$N(t, N_m) = \frac{N_m}{1 + \exp(a_2 - a_3 \cdot t)}, \quad (14)$$

де  $a_2 = C \cdot N_m$ ;  $a_3 = a_0 \cdot N_m$ ;  $C$  – постійна інтегрування.

Для того щоб визначити із статистичних даних параметри логістичної регресії, необхідно перетворити (14) в лінійну регресію:

$$\frac{N_m}{N_s(t)} - 1 = \exp(a_2 - a_3 \cdot t), \quad (15)$$

$$Z(t, N_m) = a_2(N_m) - a_3(N_m) \cdot t, \quad (16)$$

де  $Z(t, N_m) = \ln\left(\frac{N_m}{N_s(t)} - 1\right)$ .

Параметри лінійної регресії (16)  $a_2(N_m)$  і  $a_3(N_m)$  знаходимо за методом МНК аналогічно (7), параметр  $N_m$  визначаємо чисельним методом з умови мінімуму середньої абсолютної відсоткової помилки апроксимації:

$$MAPE(N_m) = \frac{100\%}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left| \frac{E(t, N_m)_i}{N_s(t)_i} \right|, \quad (17)$$

де  $E(t, N_m) = N_s(t) - N(t, N_m)$ ,  $N_s$  – статистичні дані числового ряду.

Логістична зростаюча регресія (14) за  $t \rightarrow -\infty$  асимптотично наближається до нуля, але якщо статистичні дані не відповідають такій асимптоті, то в цьому випадку нами запропоновано використовувати модифіковану логістичну регресію:

$$N(t, N_m, C) = \frac{N_m}{1 + \exp(a_2(N_m, C) - a_3(N_m, C) \cdot t)} + C, \quad (18)$$

де  $C$  – коефіцієнт, що відповідає нижньому асимптотичному значенню логістичної регресії.

Параметри модифікованої логістичної регресії (18)  $a_2(N_m, C)$  і  $a_3(N_m, C)$  знаходимо за методом МНК аналогічно (7), параметри  $N_m$  і  $C$  визначаємо чисельним методом з умови мінімуму середньої абсолютної відсоткової помилки апроксимації як функції двох змінних:

$$MAPE(N_m, C) = \frac{100\%}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left| \frac{E(t, N_m, C)_i}{N_s(t)_i} \right|, \quad (19)$$

де  $E(t, N_m, C) = N_s(t) - N(t, N_m, C)$ .

Логістичні регресії (14), (18) можуть відповідати й процесу зменшення чисельності, коли часовий ряд має перегин графіка функції, а коефіцієнти  $a_2$  і  $a_3$  міняють знаки на протилежні.

## 2. Результати досліджень динаміки поголів'я тварин та птиці в Україні

Починаючи з 1990 року, в Україні з кожним роком відбувається зменшення чисельності корів [11] (рис. 1). З проведеного нами аналізу отримано, що цей часовий ряд з 1994 року добре апроксимується модифікованою експоненціальною регресією:

$$N_1(t) = \exp(a_0 + a_1 \cdot t) + C_1, \quad (20)$$

де  $a_0 = 192,524$ ;  $a_1 = -0,096$ ;  $C_1 = 1,259$ .

Середня абсолютна відсоткова помилка апроксимації  $MAPE = 1,96\%$ .

Якщо не відбудеться істотного збільшення обсягу фінансування, спрямованого на розширення відтворення поголів'я молочного стада, то, згідно з отриманою регресією, в 2020 році поголів'я корів становитиме  $N_1(2020) = 1,823$  млн голів, що в 4,6 рази менше ніж в 1990 році.

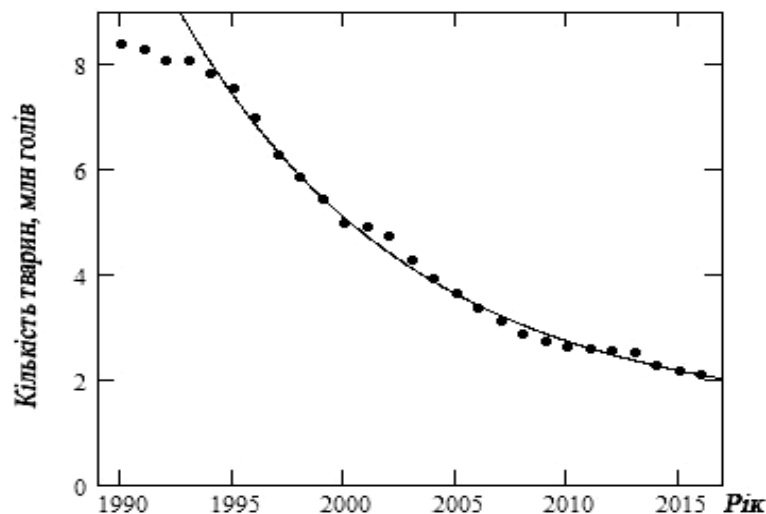


Рис.1. Динаміка чисельності поголів'я корів в Україні за 1990-2016 рр.

Поголів'я свиней в Україні також зменшувалось за експоненціальним законом з 1990 до 2008 року, з невеликим коливанням їх чисельності після 1996 року (рис. 2) [11]. У цей період часу йому відповідає модифікована експоненціальна регресія:

$$N_2(t) = \exp(a_3 + a_4 t) + C_2, \quad (21)$$

де  $a_3 = 247,205$ ;  $a_4 = -0,123$ ;  $C_2 = 4,372$ .

Середня абсолютна відсоткова помилка апроксимації  $MAPE = 5,06\%$ .

Після 2008 року відбулось незначне збільшення, потім зменшення поголів'я свиней. У зв'язку зі складною епізоотичною ситуацією (африканська чума свиней), ми прогнозуємо подальше скорочення поголів'я свиней, але конкретний прогноз можна буде зробити з урахуванням протиепідемічних результатів 2017 та 2018 років.

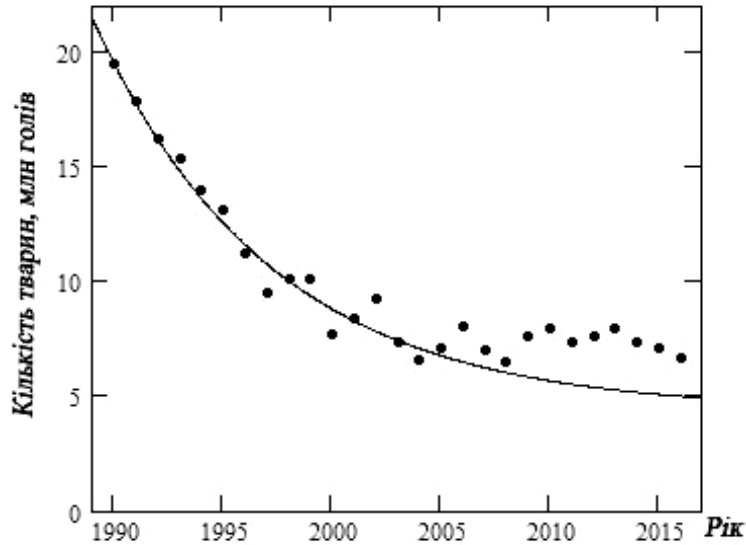


Рис. 2. Динаміка чисельності поголів'я свиней в Україні за 1990-2016 рр.

За досліджуваний період, зміни поголів'я овець та кіз в Україні відповідала модифікована логістична регресія Перла-Ріда (рис. 3):

$$N_3(t, N_m, C) = \frac{N_m}{1 + \exp(a_2(N_m, C) + a_3(N_m, C) \cdot t)} + C, \quad (22)$$

де  $a_2 = -944,3$ ;  $a_3 = 0,4738$ ;  $N_m = 8,010$ ;  $C = 1,325$ .

Середня абсолютна відсоткова помилка апроксимації за 1990-2000 рр. складала 5,6 %, за весь досліджувальний період – 12,1 %.

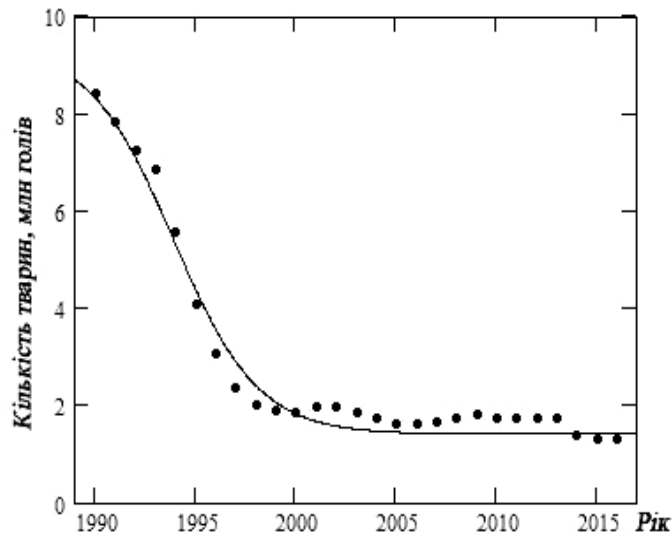


Рис. 3. Динаміка чисельності поголів'я овець і кіз в Україні за 1990-2016 рр.

Згідно з отриманими результатами досліджень, якщо не відбудеться суттєва зміна у фінансуванні цієї галузі тваринництва, то в 2020 році загальна кількість овець і кіз збережеться на рівні 2015 року ( $N_3(2020) = 1,407$  млн голів).

Слід відмітити, що зміна чисельності домашньої птиці в Україні істотно відрізняється від процесу зміни чисельності поголів'я худоби (корів, свиней, овець та кіз). Так, спочатку вона зменшувалась, потім зростала (рис. 4). При цьому з 1991 до 1997 року кількість домашньої птиці зменшувалась за експоненціальним законом:

$$N_4(t) = \exp(a_5 + a_6 \cdot t), \quad (23)$$

де  $a_5 = 239,23$ ;  $a_6 = -0,117$ .

Починаючи з 1998 року поголів'я птиці щорічно збільшувалось, що пояснюється суттєвим зростанням обсягів державного фінансування цієї галузі тваринництва, особливо великих птахофабрик. У цей період зміни чисельності домашньої птиці добре відповідала модифікована логістична регресія Перла-Ріда:

$$N_5(t, N_m, C) = \frac{N_m}{1 + \exp(a_7(N_m) + a_8(N_m) \cdot t)} + C, \quad (24)$$

де  $a_7 = 193,973$ ;  $a_8 = -0,096$ ;  $N_m = 794,73$ ;  $C = 85,56$ .

Середня абсолютна відсоткова помилка апроксимації  $MAPE = 2,2 \%$ .

З отриманої регресії (24) нами прогнозується, що кількість домашньої птиці в 2020 році перевищить значення 1990 року і складе 322,17 млн голів.

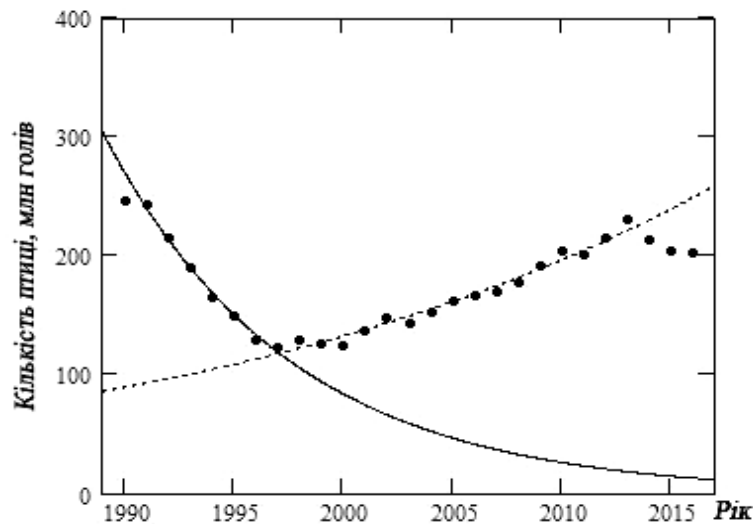


Рис. 4. Динаміка чисельності поголів'я домашньої птиці в Україні за 1990-2016 рр.

Таким чином, в період 1990–2016 рр. в Україні чисельність поголів'я худоби та птиці можна апроксимувати експоненціальними, модифікованими експоненціальними або логістичними та модифікованими логістичними регресіями.

### 3. Результати досліджень динаміки поголів'я тварин та птиці в Білорусії

У сільському господарстві Білорусії, також як і в Україні, в період 1990-2009 років спостерігалось зменшення чисельності поголів'я корів [12], але вже починаючи з 2009 року намітилась чітка тенденція поступового його збільшення (рис. 5). З проведеного нами аналізу отримано, що динаміці зміни чисельності поголів'я за період 1990 – 2009 років відповідає спадаюча логістична регресія Перла-Ріда:

$$N_6(t) = \frac{N_{1m}}{1 + \exp(a_9 + a_{10} \cdot t)}, \quad (25)$$

де  $a_9 = 117,753$ ;  $a_{10} = 0,059$ ;  $N_{1m} = 3,7$ ,

а з 2009 до 2016 рр. – зростаюча модифікована регресія Перла-Ріда:

$$N_7(t) = \frac{N_{2m}}{1 + \exp(a_{11} + a_{12} \cdot t)} + C_3, \quad (26)$$

де  $a_{11} = 797$ ;  $a_{12} = -0,397$ ;  $N_{2m} = 0,35$ ;  $C_3 = 1,22$ .

Середня абсолютна відсоткова помилка апроксимації для першої кривої:  $MAPE = 0,658 \%$ , для другої –  $MAPE = 0,741 \%$ .

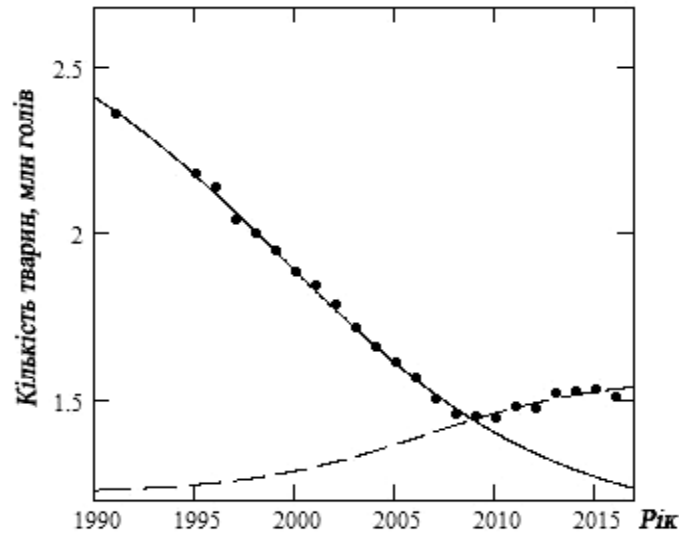


Рис. 5. Динаміка чисельності поголів'я корів в Білорусії за період 1990-2016 рр.

З регресії (26) прогнозуємо, що у 2020 році поголів'я корів в Білорусії зросте до рівня 1,553 млн голів, що на 7 % більше ніж було у 2009 році.

Аналогічну тенденцію спостерігаємо й з поголів'ям свиней [12]. Із 1990 до 2003 року їх кількість зменшувалась, а починаючи з 2003 – почала зростати (рис. 6). Періоду зменшення чисельності свиней відповідала модифікована регресія Перла-Ріда:

$$N_8(t) = \frac{N_{3m}}{1 + \exp(a_{13} + a_{14} \cdot t)} + C_4, \quad (27)$$

де  $a_{13} = -429,52$ ;  $a_{14} = 0,216$ ;  $N_{3m} = 7,7$ ;  $C_4 = 3,155$ ,

а періоду збільшення – аналогічна, але зростаюча регресія:

$$N_9(t) = \frac{N_{4m}}{1 + \exp(a_{15} + a_{16} \cdot t)} + C_5, \quad (28)$$

де  $a_{15} = 363,77$ ;  $a_{16} = -0,18$ ;  $N_{4m} = 7,4$ ;  $C_5 = 3,1$ .

Середня абсолютна відсоткова помилка апроксимації для першої кривої:  $MAPE = 1,031\%$ , для другої –  $MAPE = 1,2\%$ .

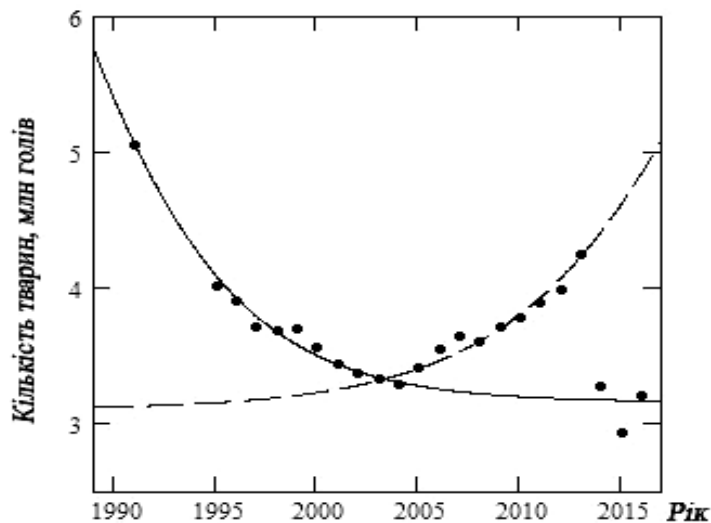


Рис. 6. Динаміка чисельності поголів'я свиней у Білорусії за 1990-2016 рр.

Із 2014 року відбувається стрибкове зменшення чисельності поголів'я свиней, зумовлене поширенням африканської чуми. Прогноз на подальші роки можна буде зробити з урахуванням протиепідемічних результатів у 2017, 2018 роках.

За досліджуваний період зміни поголів'я овець і кіз в Білорусії відповідали також дві модифіковані логістичні регресії Перла-Ріда (рис.7). Перша, в період 1990-2005 рр., відповідала процесу зменшення сумарної кількості кіз і овець [12] (рис. 7):

$$N_{10}(t) = \frac{N_{5m}}{1 + \exp(a_{16} + a_{17} \cdot t)} + C_6, \quad (29)$$

де  $a_{16} = -523,927$ ;  $a_{17} = 0,263$ ;  $N_{5m} = 0,809$ ;  $C_6 = 0,11$ ,

друга, з 2006 року – збільшенню їх кількості:

$$N_{11}(t) = \frac{N_{6m}}{1 + \exp(a_{18} + a_{19} \cdot t)} + C_7, \quad (30)$$

де  $a_{18} = 771,719$ ;  $a_{19} = -0,381$ ;  $N_{6m} = 1,4$ ;  $C_7 = 0,1208$ .

Середня абсолютна відсоткова помилка апроксимації для першої кривої  $MAPE = 4,4\%$ , для другої –  $MAPE = 1,43\%$ .

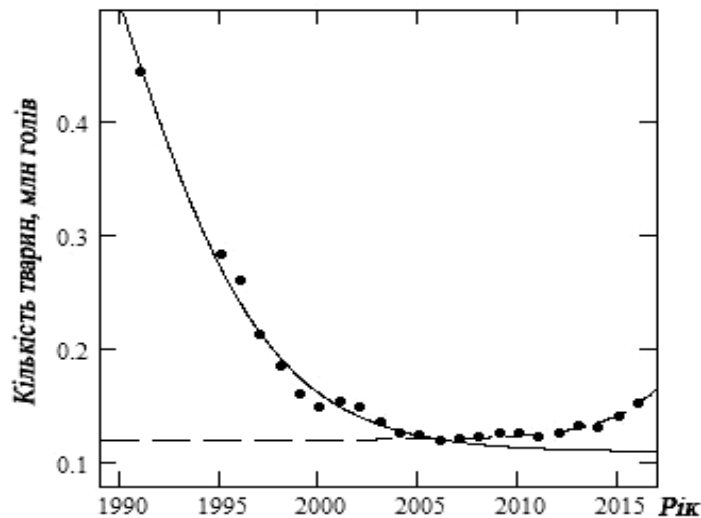


Рис. 7. Динаміка чисельності поголів'я овець і кіз в Білорусії за 1990–2016 рр.

Згідно з отриманими результатами досліджень, якщо не зменшиться обсяг фінансування цієї галузі тваринництва, то у 2020 році загальна кількість овець і кіз збільшиться у два рази – порівняно з 2006 роком.

Чисельність поголів'я сільськогосподарської птиці в Білорусії поступово збільшувалась починаючи з 1995 року [12] (рис. 8). Її динаміці також відповідала модифікована регресія Перла-Ріда ( $MAPE = 1,428\%$ ):

$$N_{12}(t) = \frac{N_{7m}}{1 + \exp(a_{20} + a_{21} \cdot t)} + C_8, \quad (31)$$

де  $a_{20} = 863,162$ ;  $a_{21} = -0,429$ ;  $N_{7m} = 27,7$ ;  $C_8 = 26,393$ .

З отриманої регресії (31) нами прогнозується, що кількість сільськогосподарської птиці у 2020 році збільшиться порівняно з 2016 роком на 9,6%.

Із проведеного нами аналізу можна зробити висновок, що в період 2004–2009 рр., почався поступовий вихід тваринництва Білорусії з кризового стану. Це можна пояснити суттєвим збільшенням з 2004 року інвестицій в сільське господарство Білорусії, а початок кризи – їх обвалом [12] (рис. 9). Водночас значно зросли індекси цін на молоко та м'ясо [12].



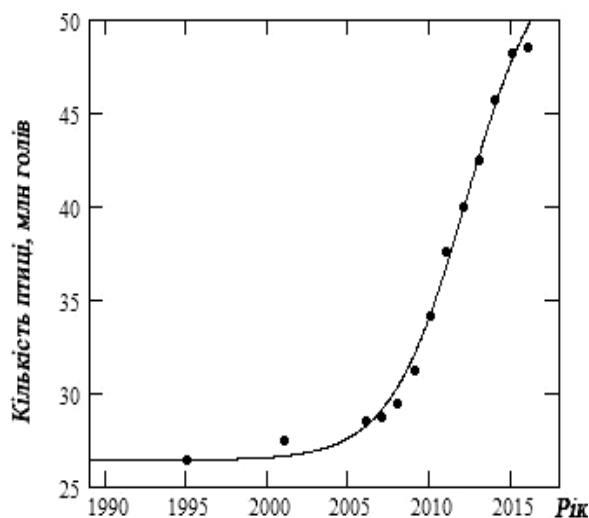


Рис. 8. Динаміка чисельності поголів'я домашньої птиці в Білорусії за 1995-2016 рр.

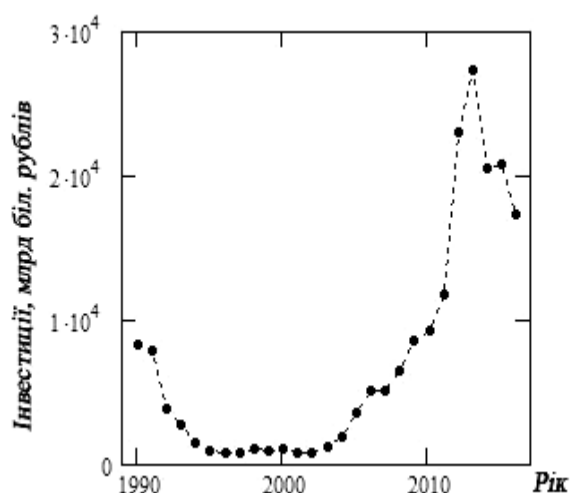


Рис. 9. Динаміка інвестицій в основний капітал сільськогосподарства Білорусії за 1990-2016 рр.

**Висновки.** Таким чином, протягом тривалої економічної кризи в Україні чисельність поголів'я худоби та птиці може бути апроксимована експоненціальними, модифікованими експоненціальними або логістичними та модифікованими логістичними регресіями. Ці регресії можна застосовувати і для прогнозування чисельності поголів'я сільськогосподарських тварин та птиці для інших країн світу, за умов наявності стійких тенденцій в їх аграрному секторі. Досвід Білорусії підтверджує, що для того щоб почався вихід галузі тваринництва з кризового стану, необхідно збільшити обсяги інвестицій в основний капітал галузі як мінімум в 6 разів. Цей вихід буде поступовим, оскільки отримані зростаючі регресії – симетричні спадаючим. Водночас, в Україні треба підвищити рівень закупівельної ціни на молоко та м'ясо, збільшити обсяги державних дотацій аграрним товаровиробникам. Це дозволить відновити обсяги сільськогосподарського виробництва, створить сприятливі умови для запуску процесу його модернізації на сучасній основі, що в свою чергу сприятиме підвищенню ефективності виробництва й конкурентоспроможності національних аграрних товаровиробників як на вітчизняному так і світовому ринках.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. Л.: Физматгиз, 1962. 352 с.
2. Guorfi L., Kohler M., Krzyzak A. and Walk H. A. Distribution-Free Theory of Nonparametric Regression. Springer, New York, 2002. 647 p.
3. Clements M.P., Hendry D.F. Forecasting economic processes. International Journal of Forecasting. 1998. Vol. 14. P. 111-131.
4. Holt C.C. Forecasting trends and seasonal by exponentially weighted averages. International Journal of Forecasting. 2004. Vol. 20. P. 5-13.
5. Семеньчев В.К. Нелинейные по параметрам модели трендов. URL: <http://serey.svetunkov.ru/study/forecasting/files/25.pdf>
6. Ramos R.A. Logistic function as a forecasting model: it's application to business and economics. International Journal of Engineering and Applied Sciences. 2013. Vol. 2. P. 29-36.
7. Modis T. Strengths and weaknesses of S-curves. Technological Forecasting and Social Change. 2007. Vol. 74. No. 6. P. 866-872.
8. Семеньчев Е.В. Методы идентификации логистической динамики и жизненного продукта моделью Верхуста. Экономика и математические методы. РАН. М 2012. №1. С. 108-115.
9. Jukic D., Kralik G., Scitovski R. Least-squares fitting Gompers curve. Journal of Computational and Applied Mathematics. 2004. Vol. 169. No. 2. P. 359-375.
10. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров, М.: Наука, 1974. 832 с.
11. Сільське господарство України: статистичний зб. за 2004, 2016 рр. К.: Держкомстат. URL: <http://www.ukrstat.gov.ua>
12. Сельское хозяйство республики Беларусь: статистический сб. за 2004, 2016 гг. Минск: Белстат. URL: <http://www.belstat.gov.by>

## REFERENCES

1. Linnik Ju.V. (1962). Metod naimen'shikh kvadratov i osnovy matematiko-statisticheskoy teorii obrabotki nabljudenij [The method of least squares and the foundations of the mathematical and statistical theory of observation processing]. L., Fizmatgiz, 352 p.
2. Guorfi L., Kohler M., Krzyzak A. and Walk H. A. (2002). Distribution-Free Theory of Nonparametric Regression. Springer, New York, 647 p.
3. Clements M.P., Hendry D.F. Forecasting economic processes. International Journal of Forecasting, 1998, vol. 14, pp. 111-131.
4. Holt C.C. Forecasting trends and seasonal by exponentially weighted averages. International Journal of Forecasting, 2004, vol. 20, pp. 5-13.
5. Semenychev V.K. Nelinejnye po parametram modeli trendov [ Nonlinear parameters of the trend model] Available at: <http://serey.svetunkov.ru/study/forecasting/files/25.pdf>
6. Ramos R.A. Logistic function as a forecasting model: it's application to business and economics. International Journal of Engineering and Applied Sciences, 2013, vol. 2, pp. 29-36.
7. Modis T. Strengths and weaknesses of S-curves. Technological Forecasting and Social Change, 2007, vol. 74, no.6, pp. 866-872.
8. Semenychev E.V. Metody identifikacii logisticheskoy dinamiki i zhiznennogo produk-ta model'ju Verhusta [Identification methods for logical dynamic and product lifecycle by the Verhulst model.] [Economics and Mathematical Methods]. RAN. M. 2012, no.1, pp. 108-115.
9. Jukic D., Kralik G., Scitovski R. Least-squares fitting Gompers curve. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2004, vol. 169, no. 2, pp. 359-375.
10. Korn G., Korn T. (1974). Spravochnik po matematike dlja nauchnyh rabotnikov i inzhene-rov. [Handbook of Mathematics for Scientists and Engineers]. M., Nauka, 832 p.
11. Cil's'ke gospodarstvo Ukrayini, statistichnij zb. za 2004, 2016 rr.[Agriculture of Ukraine, statistical collection. for 2004, 2016]. K., Derzhkomstat[State Statistics Service of Ukraine]. Available at: <http://www.ukrstat.gov.ua>
12. Sel'skoe hozjajstvo respubliki Belarus', statisticheskij sb. za 2004, 2016 gg.[ Agriculture of the Republic of Belarus, statistical collection. for 2004, 2016]. Minsk, Belstat. Available at: <http://www.belstat.gov.by>

**Сравнительный регрессионный анализ количества сельскохозяйственных животных и птицы в Украине и Белоруссии за период 1990-2016 годов**

**Непочатенко А.В., Непочатенко В.А.**

В статье проведен анализ нелинейных регрессий, на основе которых сделан прогноз экономических показателей временного ряда в кризисный период. Регрессионные функции полученные при решении соответствующих дифференциальных уравнений. Показано на примере изменения численности поголовья животных в Украине и Белоруссии за период 1990-2016 гг., что им могут соответствовать экспоненциальная, логистическая регрессии или их модификации. Сделан прогноз количества сельскохозяйственных животных и птицы на 2020 год.

**Ключевые слова:** логистическая регрессия, криволинейная регрессия, прогнозирование, животноводство, динамика поголовья.

**Comparative regression analysis of the number livestock and poultry in Ukraine and Belarus for the period of 1990-2016**

**Nepochatenko A., Nepochatenko V.**

The paper analyzes possible curvilinear regressions, which correspond to the reduction of the number of animals during the crisis period and increase their number when one exit the crisis. From the obtained differential equations, it is shown that during the crisis period, when there is not enough resources in agricultural enterprises for the extended reproduction of the dynamics of the population, the exponential, logistic regression and their modifications may correspond. Exit from a crisis situation is possible with significant increase of investments. During this period, the dynamics of the stock may correspond to logistic regression or modification.

An analysis of the dynamics of the number of cows, pigs, sheep, goats and poultry in Ukraine and Belarus during the period of 1990-2016 was made. It has been shown that in Ukraine, starting in 1991, when a change of ownership took place in the course of the collapse of the Soviet Union, there was a crisis in animal husbandry. This crisis continues at present, with the exception of poultry farming. The number of poultry has started to increase since 1998, which is explained by significant volumes of state financing of this branch of livestock, especially large poultry farms.

It was found that the dynamics of the number of cows and pigs corresponded to the modified exponential regression. The dynamics of sheep and goats corresponded to the logistic regression of Pearl-Reed. From 1991 to 1997, the number of birds decreased by exponential law, and since 1998, increased in accordance with the logistic regression of Pearl-Reed. According to the received regressions, it is forecasted that in 2020 in Ukraine there will be 1.823 million head of cows, 1.407 million head of sheep and goats, and 322.17 million head of cattle.

In Belarus there was another trend. From 1991 to 2003, the number of pigs decreased, and since 2004 increased. Similarly, the number of cows, together with sheep and goats, declined in line with 2009 and 2005, then increased. Beginning in 1995, the number of birds has increased steadily. The dynamics of the reduction and increase in the number of cows, pigs, sheep, goats, and poultry in Belarus corresponded to the modified logistic regressions of Pearl-Reed.

The Belarusian experience confirms that in order to start the outbreak of the livestock sector from a crisis, it is necessary to increase the volume of investments in the fixed capital of the industry at least – 6 times. This output will be gradual, since the resulting increasing regressions are symmetric decreasing. At the same time, in Ukraine, it is necessary to raise the level of procurement prices for milk and meat, increase the volume of state subsidies to agricultural producers. This will restore the

volume of agricultural production, will create favorable conditions for the launch of the modernization process on a modern basis, which in turn will contribute to increasing the efficiency of production and competitiveness of national agrarian commodity producers both in the domestic and world markets.

**Key words:** logistic regression, curvilinear regression, forecasting, livestock, dynamics of livestock.

Надійшла 25.10.2017 р.

#### УДК 330.4.

**СТРИГІНА О.А.**, канд. фіз.-матем. наук

*Білоцерківський національний аграрний університет*

#### МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ В ЕКОНОМІЧНИХ ТЕОРІЯХ

Економічні системи постійно розвиваються і ускладнюються, змінюється їхня структура, а іноді і зміст, що пов'язано з науково-технічним прогресом. Як результат, низка методів стають застарілими або потребують коригування. Водночас науково-технічний прогрес впливає і на математичні методи, оскільки поява та удосконалення електронно-обчислювальних машин зробило можливим широке використання методів, описаних раніше лише теоретично, чи які застосовувалися лише для невеликих прикладних задач. Подано аналіз застосування математики в економічних теоріях.

**Ключові слова:** аналіз, формування, математичні моделі, економічні теорії, моделювання.

**Постановка проблеми.** Існує два погляди на математику та її роль серед інших наук. За першим вважається, що математика – це щось самостійне, самоцінне. За іншим поглядом це визнається також, але в основному математика вважається інструментом, володіння яким корисне та необхідне. Однозначно, математика має визначене світоглядне значення, але для спеціалістів з економіки, керування – менеджерів математика є більшою мірою інструментом аналізу, організації, керування.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Проблемі математичного моделювання економічних процесів присвячено багато робіт провідних вітчизняних і зарубіжних економістів. Математика в економіці застосовується понад сто років. Роботу французького математика А. Курно (1801–1877) сьогодні розглядають як поворотний пункт у розвитку математичної економіки. Один з найоригінальніших мислителів періоду раннього розвитку математичної економіки – Г. Госсен (1810–1858) сформулював закон, відомий як „перший закон Госсена”: „У процесі збільшення кількості споживаного товару або послуги його корисність від споживання кожної додаткової одиниці зменшується”. Г. Госсен формулює свої думки, застосовуючи точні математичні методи в економічному житті. Математичний виклад економічних проблем А. Курно й Г. Госсен здійснюють на основі теорії дійсних функцій в галузі аналізу дійсних змінних.

Л. Вальрас сформулював проблему існування загальних рівноваг ринку, розв'язування якої приводить до систем лінійних і нелінійних рівнянь. Існування єдиного розв'язку приводить до детермінантів, або детермінантів Якобі, які вивчаються у лінійній алгебрі. Лінійна алгебра сьогодні вважається другою фундаментальною дисципліною математики, яка застосовується в економіці. Застосування диференціальних рівнянь описано у роботах Л. Вальраса та П. Самуельсона. Останні 40 років вони використовуються в багатьох галузях економіки [1, с.15].

**Метою** статті є оцінка ефективності використання математичних моделей в економіці в контексті проведення дослідження економічного процесу.

**Матеріал і методика, основні результати дослідження.** Реальні об'єкти дуже складні, тому для їх вивчення створюють моделі – копії реальних об'єктів, які вивчаються. З одного боку, моделі мають бути досяжними для вивчення, тобто вони не повинні бути дуже складними – це означає, що вони неминуче будуть тільки спрощеними копіями. Але з другого боку, висновки, отримані під час їх вивчення, ми хочемо розповсюдити на реальні об'єкти-прототипи, тобто, модель має відтворювати суттєві риси реального об'єкта, що вивчається. В науковому дослідженні використовують різні моделі: натуральні (наприклад, в лабораторії будують маленьке джерело і над ним будують копію ГЕС в масштабі 1:100) та абстрактні; фізичні (із трансформаторів, опорів, вольтметрів та ін.); математичні (із змінних, функцій, нерівностей і т.д.). Побудо-