ХАРАКТЕРИЗАЦІЙНІ ТЕОРЕМИ ДЛЯ ШВЕЙЦАРСЬКОГО ПРИНЦИПУ ПІДРАХУНКУ ВАРТОСТІ СТРАХОВИХ КОНТРАКТІВ

Дрозденко Віталій Олександрович

Національний педагогічний університет ім. М.П. Драгоманова

drozdenko@yandex.ru

Нехай X це випадкова величина (не обов'язково невід'ємна) яка відображає розмір страхової компенсації пов'язаної з певною страховою угодою. Премію, яку слід заплатити при укладанні угоди за покриття ризику X, позначатимемо $\pi[X]$.

Нетто премія означається, як математичне сподівання розміру страхової компенсації асоційованої з ризиком X, тобто

$$\pi_{\text{нетто}}[X] \ := \ \mathsf{E}[X].$$

Експоненційна премія, залежна від параметра $\beta > 0$ для ризику X означається наступним чином

$$\pi_{\text{експ.}(\beta)}[X] \ := \ \frac{1}{\beta}\log(\mathsf{E}[e^{\beta X}]).$$

Премія середнього значення для ризику X, задана за допомогою функції $v(x)$, такої, що $v'(x) > 0$ та $v''(x) \geq 0$ для $x \in \mathbb{R}$, означається як розв'язок рівняння

$$v(\pi_{\text{с.з.}}[X]) = \mathsf{E}[v(X)].$$

Премія нульової корисності страховика для ризику X означається як розв'язок рівняння

$$U(0) \ = \ \mathsf{E}[U(\pi_{\text{н.к.с.}}[X] - X)],$$

де $U(x) \in C_2(\mathbb{R})$ — це функція корисності капіталу страховика, яка є такою, що $U'(x) > 0$ та $U''(x) \leq 0$ для всіх $x \in \mathbb{R}$.

Швейцарська премія для ризику X, залежна від параметра $\Delta \in [0, 1]$, основана на функції $V(x) \in C_2(\mathbb{R})$, такій, що $V'(x) > 0$ та $V''(x) \geq 0$ для $x \in \mathbb{R}$, означається як розв'язок рівняння

$$V((1-\Delta)\pi_{\text{швейц.}}[X]) = \mathsf{E}[V(X - \Delta\pi_{\text{швейц.}}[X])].$$

Зауважимо, що у випадку $\Delta = 0$, швейцарська премія співпадає з премією середнього значення, в якій $v(x) := V(x)$. З іншого боку, у випадку $\Delta = 1$, швейцарська премія співпадає з премією нульової корисності страховика з функцією корисності $U(x) := -V(-x)$.

Говоритимемо, що метод підрахунку вартості страхових контрактів $\pi[X]$ володіє властивістю: *адитивності*, якщо для будь-яких двох незалежних ризиків X_1 та X_2 виконується рівність $\pi[X_1 + X_2] = \pi[X_1] + \pi[X_2]$; *консистентності*, якщо для будь-якого ризику X та довільної дійсної константи c виконується рівність $\pi[X + c] = \pi[X] + c$; *ітеративності*, якщо для будь-яких двох ризиків X та Y виконується рівність $\pi[\pi[X|Y]] = \pi[X]$; *мультиплікативної інваріантності*, якщо для довільного ризику X та довільної позитивної дійсної сталої Θ виконується рівність $\pi[\Theta X] = \Theta\,\pi[X]$.

Теорема 1. *Для будь-якого значення параметра $\Delta \in [0, 1]$, швейцарський принцип підрахунку вартості страхових контрактів володіє властивістю* адитивності *тоді й лише тоді, коли $V(x) = ax + b$, при $a > 0$, чи $V(x) = \alpha e^{\beta x} + \gamma$, при $\min[\alpha, \beta] > 0$, тобто, лише у випадках, коли він співпадає або з нетто принципом, або з експоненційним принципом.*

Теорема 2. *Якщо $\Delta = 1$, то швейцарський принцип підрахунку вартості страхових контрактів володіє властивістю* консистентності *при довільному виборі функції $V(x) \in C_2(\mathbb{R})$ такої, що $V'(x) > 0$ та $V''(x) \geq 0$ для $x \in \mathbb{R}$; якщо $\Delta \in [0, 1)$ то швейцарський принцип підрахунку вартості страхових контрактів володіє властивістю* консистентності *тоді й лише тоді, коли $V(x) = ax + b$, при $a > 0$, чи $V(x) = \alpha e^{\beta x} + \gamma$, при $\min[\alpha, \beta] > 0$, тобто, лише у випадках, коли він співпадає або з нетто принципом, або з експоненційним принципом.*

Теорема 3. *Якщо $\Delta = 0$ то швейцарський принцип підрахунку вартості страхових контрактів володіє властивістю* ітеративності *при довільному виборі функції $V(x) \in C_2(\mathbb{R})$ такої, що $V'(x) > 0$ та $V''(x) \geq 0$ для $x \in \mathbb{R}$; якщо $\Delta \in (0, 1]$ то швейцарський принцип підрахунку вартості страхових контрактів володіє властивістю* ітеративності *тоді й лише тоді, коли $V(x) = ax + b$, при $a > 0$, чи $V(x) = \alpha e^{\beta x} + \gamma$, при $\min[\alpha, \beta] > 0$, тобто, лише у випадках, коли він співпадає або з нетто принципом, або з експоненційним принципом.*

Теорема 4. *Для будь-якого значення параметра $\Delta \in [0, 1]$, швейцарський принцип підрахунку вартості страхових контрактів володіє властивістю* мультиплікативної інваріантності *тоді й лише тоді, коли $V(x) = ax + b$, при $a > 0$, тобто, лише у випадку його співпадання з нетто принципом.*

Теорема 5. *У випадку $\Delta = 0$, швейцарський принцип підрахунку вартості страхових контрактів* звужений до оцінювання лише строго позитивних ризиків *володіє властивістю* мультиплікативної інваріантності *тоді й лише тоді, коли $V(x) = ax^{\kappa} + b$, при $a > 0$ та $\kappa \geq 1$, для $x \in (0, +\infty)$.*