DOI: 10.32347/2076-815X.2022.80.115-130
УДК 528.482.5
к. т. н., доцент **Гладілін В.М.**,
vgladilin@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-0492-3510,
к. ек. н. **Сіроштан Т.М.**, tanya3031@i.ua, ORCID ID: 0000-0001-6791-7081,
к. г. н. **Гамалій І.П.**, gurgev@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-3469-4798,
Білоцерківський національний аграрний університет,
Шудра Н.С., shudranatasha1984@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-5416-7680,
Чуланов П.О., chulanov.po@knuba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0002-6735-3770,
Київський національний університет будівництва та архітектури

ЗАКРІПЛЕННЯ ГЕОДЕЗИЧНИХ МЕРЕЖ НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ МАРКОВСЬКИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ І ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ

Теорія надійності в основному розроблялася для технічних пристроїв. Однак в наш час вона широко використовується в будівельному виробництві, а також починає використовуватися і в області геодезії. Шляхом абстрагування її положення можна з успіхом перенести і на системи, які, здавалося б, не знаходяться в динамічному стані. Візьмемо, наприклад, пункти закріплення полігонометричної мережі в місті. Здавалося б, що така мережа знаходиться в статичному стані, однак з плином часу вона зазнає змін, тобто вона знаходиться в непомітній динаміці і надійність її поступово знижується.

Під надійністю в широкому сенсі цього слова розуміють здатність технічного пристрою (системи, мережі) до безперебійної (безвідмовної) роботи упродовж заданого проміжку часу у певних умовах. Такий проміжок часу зазвичай зумовлено часом виконання деякої задачі, яка здійснюється приладом чи системою і є частиною загальної операційної задачі.

В даний час проблема надійності стає однією з вузлових проблем техніки та організації управління. Забезпечення надійної роботи всіх елементів системи – є першорядною важливістю.

Ключові слова: надійність; пункти закріпленя; полігонометрична мережа

Вступ. Теорія надійності розроблялася для технічних пристроїв. Однак в наш час вона також починає використовуватися і в області геодезії. Шляхом абстрагування її положення можна з успіхом перенести і на системи, які, здавалося б, не знаходяться в динамічному стані. Візьмемо, наприклад, висотну або полігонометричну мережу в місті. Здавалося б, що така мережа знаходиться в статичному стані, однак з плином часу вона зазнає змін, тобто вона знаходиться в непомітній динаміці і надійність її поступово знижується.

У відповідності [7] під надійністю в широкому сенсі цього слова розуміють здатність технічного пристрою (системи, мережі) до безперебійної (безвідмовної) роботи упродовж заданого проміжку часу у певних умовах.

Такий проміжок часу зазвичай зумовлено часом виконання деякої задачі, яка здійснюється приладом чи системою і є частиною загальної операційної задачі.

Викладення основного матеріалу. Розрізняють внутрішню та зовнішню надійність геодезичної мережі. Внутрішня надійність – це здатність мережі знайти в середині себе помилку у вимірах за рахунок надлишкових вимірювань, конфігурації мережі і чим меншу помилку в мережі можна виявити, тим більша в неї внутрішня надійність. Зовнішня надійність – це здатність виявлення невизначуваних зрівнюванням помилок за рахунок впливу різних факторів на помилки координат геодезичних пунктів мережі. Якщо мережа спирається на два вихідних пункти і один щодо іншого зміщений в горизонтальній площині, то зрівнюванням мережі таку помилку не виявити.

Надійністю геодезичної мережі за пропозицією [1, 11] називають її здатність реагувати на різні фактори, вплив яких викликає спотворення нормального розподілу похибок вимірювань, ця здатність проявляється за умови наявності в мережі надлишкових вимірювань, тобто коли результат вимірювання елемента мережі контролюється іншими вимірами.

Підвищення надійності потребує спеціального вивчення і кількісного аналізу явищ, пов’язаних з випадковими відмовами пристроїв чи систем. В цей час теорія надійності перетворилася у спеціальну науку, що широко використовує ймовірні методи обстеження.

В теорії надійності розрізняють два види відмов: раптові та поступові. Розглянемо раптові відмови. Раптовими відмовами пристрою розуміють миттєвий вихід з ладу, що означає неможливість його застосування (нариклад радіоелектронні або радіотехнічні пристрої, які більше всього виходять з ладу при вмиканні (лампочки освітлення) або при вимкненні (телевізори)), і ці відмови виникають в якийсь випадковий момент часу.

Надійність системи залежить від складу і кількості елементів, що входять до неї, від виду об’єднання їх в систему і від характеристики кожного окремого елементу. Під елементом слід розуміти будь який пристрій, що не підлягає подальшому роз’єднанню, надійність якого задана або визначається експериментально. Складаючи такі елементи різними способами в системи, ми вирішимо задачу визначення надійності системи в залежності від надійності її елементів.

Надійність елементів і системи визначається числовими характеристиками. Дамо деякі визначення цих характеристик для елементу та системи в цілому.

Надійністю елемента називається ймовірність того, що даний елемент в певних умовах буде працювати безвідмовно протягом часу t, його ймовірність позначимо $p(t)$. Протягом часу надійність, як правило, знижується; при $t=0$ ймовірність $p(t)=1$.

Ненадійністю елемента називається ймовірність $q(t)$ того, що елемент відмовить (вийде з ладу) протягом часу t, тобто ненадійність та надійність зв'язані між собою

$$q(t)=1-p(t). \tag{1}$$

В теорії надійності введено поняття щільності розподілу часу безвідмовної роботи, яка є середньою кількістю відмов за одиницю часу, що приходиться на один елемент, який випробовується. Наближено щільність $f(t)$ визначається за формулою

$$f(t)=\frac{m(t,t+\Delta t)}{N\cdot\Delta t}, \tag{2}$$

де $m(t,t+\Delta t)$ – кількість елементів, які опинилися на проміжку часу від t до $t+\Delta t$; N – загальна кількість елементів; Δt – проміжок елементарного відрізку часу.

Для аналітичного опису надійності частіше за все використовують експоненціальний закон надійності, який виражається формулою

$$p(t)=e^{-\lambda t}, \tag{3}$$

де $\lambda>0$ – постійний параметр (інтенсивність змінення надійності).

Щільність розподілення часу безвідмовної роботи для цього закону

$$f(t)=\lambda e^{-\lambda t}, \qquad (t>0), \tag{4}$$

величина λ в експоненційному законі є інтенсивність відмов.

Поняття інтенсивності відмов може бути введено не тільки для експоненційного, але і для будь-якого іншого закону надійності зі щільністю $f(t)$; вся різниця буде в тому, що при не експоненційному законі $p(t)$ інтенсивність відмов λ буде вже не постійною величиною, а змінною.

Інтенсивністю відмов є відношення щільності розподілу часу безвідмовної роботи елементу до його надійності:

$$\lambda(t)=\frac{f(t)}{p(t)}. \tag{5}$$

При великій кількості елементів N інтенсивність відмов наближено дорівнює такому відношенню:

$$\lambda(t)\approx\frac{\ldots}{n(t)\cdot\Delta t}, \tag{6}$$

де $n(t)$ – кількість елементів, які виявилися працездатними до моменту часу t, а $m(t, t+\Delta t)$, як і в виразі (2) – кількість елементів що опинилися на малій ділянці часу $(t, t+\Delta t)$. В теорії надійності наближений вираз (6) часто розглядають, як визначення інтенсивності відмов, тобто визначають її, як середнє число відмов за одиницю часу, що припадає на один працездатний елемент.

Якщо відома інтенсивність відмов $\lambda(t)$, то через неї можна знайти надійність $p(t)$, тобто

$$p(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)\cdot dt}. \tag{7}$$

В окремому випадку, коли $\lambda(t) = \lambda = const$, вираз (7) перетворюється в експоненційний закон надійності.

Якщо протягом всього дослідного процесу даний елемент не замінюється і може відмовити не більше одного разу, то при описанні процесу, що залежить від його функціювання, можна користуватися схемою марківського випадкового процесу, але при змінній, а не постійній інтенсивності потоку відмов.

Припустимо, що для деякої системи S, надійності її елементів нам відомі. Необхідно визначити надійність цієї системи. Ця надійність системи залежить від того, яким чином елементи об’єднані в систему (послідовно, паралельно або змішано), яка роль кожного з них і в якому ступені справна робота кожного елемента необхідна для роботи системи в цілому.

В деяких системах недостатня надійність елементів підвищується за рахунок їх резерву. Резервування полягає в тому, що поряд з даним елементом до системи вводиться запасний до нього, на який система переключається у випадку відмови головного елементу. Число резервних елементів може бути більше одного.

Найпростішим випадком в розрахунковому сенсі є проста система без резервування, в якій відмова будь-якого елементу дорівнює відмові системи в цілому. За аналогією з ланцюжком послідовно сполучених провідників, обрив кожного з яких рівносильний розімкненню всього ланцюга, ми будемо називати таке сполучення елементів послідовним. Слід зауважити, що послідовним таке сполучення елементів є тільки в сенсі надійності, фізично ж вони можуть бути сполучені як завгодно (міська полігонометрична мережа).

Якщо проста система складається з n елементів, то надійність такої системи, складеної з незалежних елементів, дорівнює добутку надійності її елементів

$$P = p_1 \times p_2 \times \ldots \times p_n \,, \tag{8}$$

або

$$P = \prod_{i=1}^{n} p_i \,, \tag{9}$$

де P – надійність всієї системи; p_i – надійність i-го елементу. В окремому випадку, коли всі елементи однакової надійності

$$p_1 = p_2 = \ldots = p_n = p \,, \tag{10}$$

тоді формула (9) набуде вигляду

$$P = p^n \,. \tag{11}$$

Одним з шляхів підвищення надійності системи є введення в неї дублюючих (резервних) елементів. Резервні елементи включаються до системи паралельно тим, надійність яких недостатня. Для резервної системи, при виході з ладу одного з елементів одразу ж приступає до роботи, паралельно підключений до нього, інший елемент.

При визначенні ненадійності резервної системи вводиться поняття ненадійності системи Q, яка для n паралельно включених елементів знаходиться за формулою

$$Q = q_1 \cdot q_2 \cdot \ldots \cdot q_n \,, \tag{12}$$

або

$$Q = \prod_{i=1} q_i \,, \tag{13}$$

де q_i – ненадійність i-го елементу.

Таким чином при паралельному сполученні незалежних елементів, їх ненадійності перемножуються.

Переходячи у виразі (12) від ненадійності до надійності, маємо

:

$$1 - P = (1 - p_1) \cdot (1 - p_2) \cdot \ldots \cdot (1 - p_n) \,, \tag{14}$$

або

$$P = 1 - \prod_{i=1} (1 - p_i) \,. \tag{15}$$

В окремому випадку, коли надійність всіх елементів рівна між собою, тобто $p_1 = p_2 = \ldots = p_n$, тоді формула (15) прийме вигляд:

$$P = 1 - (1 - p)^n \,. \tag{16}$$

Основні положення і визначення теорії надійності викладені у роботах [3,5].

При виконанні будівельних робіт вельми важливим є питання, наскільки надійно до закінчення терміну будівництва може забезпечити якісне виконання цих робіт існуюча геодезична мережа.

В геодезичній літературі нерідко зустрічається термін «надійність», під яким розуміють точність отриманих результатів геодезичних вимірювань. Однак під надійністю геодезичного знаку або мережі в цілому, з точки зору теорії надійності слід розглядати, наприклад, здатність знаку або мережі зберегтися на місцевості без зміни місця положення (без зміни просторових координат) протягом заданого відрізку часу в певних умовах. Іншими словами, надійністю геодезичного знаку або мережі в цілому називається ймовірність того, що знак або мережа в даних умовах буде безвідмовно «працювати» до закінчення заданого моменту часу.

При проектуванні полігонометрії керуються, як правило, інструкцією [8] та практичним досвідом. В результаті, як це часто трапляється, до закінчення терміну виконання робіт немає достатньої кількості пунктів. А це в свою чергу призводить до грубих прорахунків, безконтрольності і в результаті до браку тих чи інших видів геодезичних робіт.

Через необґрунтованість прийняття рішень з питання кількості пунктів на об’єкті, невірно складається і кошторис на інженерно-геодезичні роботи. Тут слід сказати, що при прийнятті рішень відкидати інтуїцію і практичний досвід не треба. Однак ми вважаємо, що в даній ситуації, при розрахунку числа реперів для ведення будівництва, на перше місце потрібно ставити математичні методи прийняття рішень.

Для розрахунку оптимального числа пунктів у полігонометричній мережі, необхідно перш за все скласти модель функціювання мережі. Ця модель або граф станів мережі складається на основі теорії марковських випадкових процесів. Можна сказати, що суть методу, який пропонується, полягає саме в правильному виборі моделі «роботи» мережі.

Надійність технічних пристроїв частіше за все визначається з урахуванням відновлення окремих елементів, які вийшли з ладу в процесі експлуатації. На відміну від технічних приладів, геодезичні мережі в більшості випадків не відновлюються в процесі їх використання, вони, як правило, з плином часу створюються заново.

Геодезичні опорні мережі, пункти яких закріплюються на місцевості постійними центрами і реперами, виконують своє призначення поки ці побудови зберігають незмінне положення [1, 12]. Проблема тривалого збереження і стійкості геодезичних пунктів має для геодезичного виробництва велике значення. Тривале збереження центрів та реперів можна забезпечити застосуванням для їх спорудження спеціальних конструктивних знаків, матеріалів та місць їх розташування. Забезпечити незмінність положення цих знаків важче, так як грунти, які залягають на поверхні найбільш піддаються деформаціям, що викликають зміщення знаків, з цього випливає необхідність періодичного контролю координат опорних геодезичних пунктів та оцінки їх надійності для отримання достовірних даних геодезичних робіт.

Тепер перейдемо до складання моделі [4, 6] «роботи» мережі. Будемо вважати, що всі пункти мережі сполучені паралельно, хоча практично пункти полігонометричного ходу при вимірюваннях сполучаються послідовно. Паралельне сполучення пунктів в мережі означає, що при виході з ладу одного з них, в «роботу» підключається будь-який з пунктів, що залишилися і система (мережа) продовжує функціонувати.

По мірі збільшення пунктів, що вийшли з ладу, звичайно, надійність (але не точність) всієї мережі буде знижуватись.

Припустимо, до початку виконання робіт при $t = 0$ на об'єкті побудована мережа, яка складається з n реперів.

Модель «роботи» мережі можна представити, як марковський процес [10] з неперервним часом і дискретними станами. Таким чином полігонометрична мережа (система S) буде знаходитись в наступних станах:

S_0 – всі n пункти справні (не порушені);

S_1 – один пункт порушено (знищено, вийшов з ладу), інші $(n-1)$ справні;

S_2 – два пункти порушено, інші $(n-2)$ справні;

S_3 – три пункти порушено, інші $(n-3)$ справні;

……………………………………………………......

S_{n-1} – $(n-1)$ пунктів порушено один справний;

S_n – всі n пунктів порушено або знищено, полігонометрична мережа повністю вийшла з ладу.

Тепер постає питання: з якими ймовірностями мережа може переходити з одного стану в інший? З нульового стану до першого мережа переходить з найбільшою ймовірністю, так як після початкового моменту, коли $t = 0$, найчастіше може статися, що один пункт знищено, а інші справні.

З рідка стається, коли два пункти знищено, і ще рідше, коли три пункти вийшли з ладу, а всі інші справні, і так далі. Тут ми припускаємо, що перехід мережі з нульового стану можливий тільки в перший стан, але не в другий, і не третій і так далі, так як практично одночасно не можуть бути знищені два, три і більше пунктів.

Крім того будемо вважати, що потік виходу з ладу реперів є найпростішим. Найпростішим потоком подій називається потік [2, 3], який має такі три якості: стаціонарність, відсутність наслідків та ординарність. В свою чергу стаціонарність потоку означає, що математичне очікування середнього числа знищених або порушених пунктів за одиницю часу, буде величиною постійною. Відсутність наслідків свідчить, що пункти можуть виходити з ладу в послідовні моменти часу незалежно один від одного. Ординарність потоку означає, що пункти можуть виходити з ладу лише поодинці, а не парами, трійками і так далі (хоча й таке може бути).

На рисунку показано граф станів полігонометричної мережі, як марковського випадкового процесу.

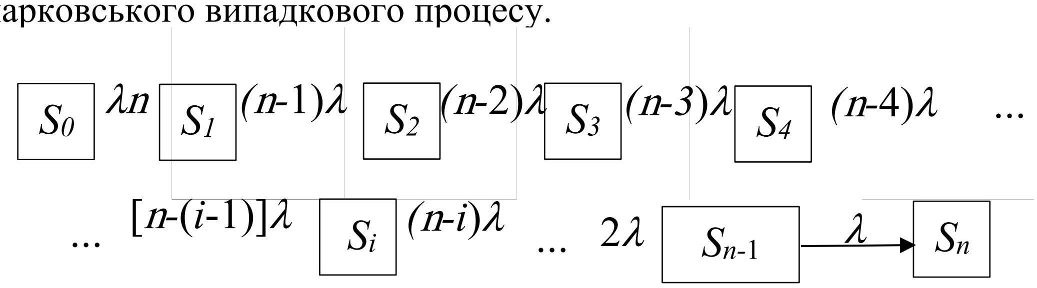

Рис. Імовірність відмов пунктів мережі

Замість ймовірностей переходу мережі із стану в стан на графі проставлено інтенсивності переходу, які дорівнюють добутку інтенсивності відмов λ на відповідну кількість справних пунктів. Чим більша ймовірність відмов, тим більша інтенсивність переходу, і навпаки. В даному випадку під інтенсивністю відмов λ слід розуміти число пунктів, що вийшли з ладу за одиницю часу, що припадає на один «працездатний» пункт.

Для визначення надійності полігонометричної мережі спочатку визначимо ймовірності станів мережі, тобто ймовірності, з якими мережа знаходиться у відповідних станах. Для цього складемо, по відомому правилу [10], диференціальні рівняння Колмогорова – Чепмена для ймовірностей станів:

$$\left.\begin{array}{ll}
S_0: & \dfrac{dp_0}{dt} = -n\lambda p_0; \\
S_1: & \dfrac{dp_1}{dt} = -(n-1)\lambda p_1 + n\lambda p_0; \\
S_2: & \dfrac{dp_2}{dt} = -(n-2)\lambda p_2 + (n-1)\lambda p_1; \\
S_3: & \dfrac{dp_3}{dt} = -(n-3)\lambda p_3 + (n-2)\lambda p_2; \\
S_4: & \dfrac{dp_4}{dt} = -(n-4)\lambda p_4 + (n-3)\lambda p_3; \\
\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
S_i: & \dfrac{dp_i}{dt} = -(n-i)\lambda p_i + [n-(i-1)]\lambda p_{i-1}; \\
\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
S_{n-1}: & \dfrac{dp_{n-1}}{dt} = -\lambda p_{n-1} + 2\lambda p_{n-2}; \\
S_n: & \dfrac{dp_n}{dt} = \lambda p_{n-1}.
\end{array}\right\} \qquad (17)$$

Вирішуємо перше рівняння системи (17) методом розділення змінних [9, 12], тоді

$$\int \frac{dp_0}{p_0} = -n\lambda \int dt,$$

або

$$\ln p_0 = \ln ce; \qquad p_0 = ce. \tag{18}$$

Визначимо постійну величину c для початкової умови, при якій ймовірність того, що мережа буде знаходитись в нульовому стані при $t=0$, дорівнює одиниці, тобто

$$p_0(t) = p_0(0) = 1.$$

Тоді $1 = ce^0$, або $c = 1$ і рівняння (18) набуде вигляду

$$p_0 = e. \tag{19}$$

Підставимо (19) в друге рівняння системи (17) і отримаємо

$$\frac{}{dt} + (n-1)\lambda p_1 = n\lambda e. \tag{20}$$

Виконуємо заміну $p_1 = uv$, тоді

$$\frac{}{dt} = v\frac{}{dt} + u\frac{}{dt}. \tag{21}$$

Підставимо (21) у (20):

$$v\frac{}{dt} + u\left|\frac{}{dt} + (n-1)\lambda v\right| = n\lambda e \tag{22}$$

Складаємо систему рівнянь

$$du \tag{23}$$

з вирішення першого рівняння системи (23) маємо

$$v = e. \tag{24}$$

Друге рівняння системи (23) можна представити як

$$du = n\lambda e\, v\, dt, \tag{25}$$

або, підставимо (24) у (25), отримаємо

$$du = n\lambda e^{-\lambda t} dt. \qquad (26)$$

З вирішення цього рівняння знаходимо, що

$$u = -ne^{-\lambda t} + c, \qquad (27)$$

враховуючи, що $p_1 = uv$, запишемо

$$p_1 = \left(-ne^{-\lambda t} + c\right) \cdot e^{-(n-1)\lambda t}. \qquad (28)$$

Встановимо тепер початкові умови при $t = 0$ для першого стану і всіх наступних. Так як в початковий період при $t = 0$ мережа не руйнується, тобто знаходиться в нульовому стані S_0, то ймовірності всіх наступних станів будуть дорівнювати нулю [6], тобто

$$p_1(0) = p_2(0) = \ldots = p_n(0) = 0. \qquad (29)$$

При початковій умові (29) з формули (28) знаходимо, що

$$c = n, \qquad (30)$$

тоді

$$p_1 = (-1)ne^{-n\lambda t}\left(1 - e^{\lambda t}\right). \qquad (31)$$

підставляючи (31) в третє рівняння системи (17), маємо

$$\frac{\ldots}{dt} + (n-2)\lambda p_2 = (-1)n(n-1)\lambda e^{\ldots}\left(1 - e^{\ldots}\right). \qquad (32)$$

Виконаємо заміну $p_2 = uv$, і таким же чином знаходимо

$$p_2 = \left[(-1)\ \frac{\ldots}{2}\left(e^{\ldots} - 2e^{\ldots}\right) + c\right]e^{\ldots}. \qquad (33)$$

Для початкових умов при $t = 0$ та $p_2(0) = 0$

$$c = \frac{\ldots}{2} \qquad (34)$$

Підставляючи (34) у (33), остаточно для p_2 отримаємо

$$p_2 = (-1)\ \frac{\ldots}{2!} e^{\ldots}\left(1 - e^{\ldots}\right) \qquad (35)$$

Якщо p_2 підставити в четверте рівняння системи (17) та вирішити його, то визначимо ймовірність третього стану

$$p_3 = (-1)^{\ldots}\ \frac{\ldots}{3!} e^{\ldots}\left(1 - e^{\ldots}\right). \qquad (36)$$

Аналогічним шляхом вчинимо і з п’ятим рівнянням системи (17), одержимо:

$$p_4 = (-1)^{\ldots} \frac{\ldots}{4!} e^{\ldots} \left(1 - e^{\ldots}\right) . \qquad (37)$$

Порівнюючи формули (31), (35), (36) та (37), можна помітити закономірність, за якою визначаються ймовірності станів геодезичної мережі.

В загальному вигляді для *i*-го стану можна написати формулу ймовірності цього стану

$$p_i = (-1)^{\ldots} \frac{\ldots}{i!} e^{\ldots} \left(1 - e^{\ldots}\right) , \qquad (38)$$

вираз $n(n-1)(n-2)\ldots[n-(i-1)]$ можна представити в більш скороченому вигляді, тобто

$$n(n-1)(n-2)\ldots[n-(i-1)] = \frac{\ldots}{(n-i)!} , \qquad (39)$$

з урахуванням (39), формула (38) буде мати вигляд

$$p_i = (-1)^{\ldots} \frac{\ldots}{(n-i)!\,i!} e^{\ldots} \left(1 - e^{\ldots}\right) . \qquad (40)$$

Для передостаннього (*n*-1)-го стану, ймовірність його визначиться за формулою

$$p_{n-1} = (-1)^{n-1} n e^{-n\lambda t} \left(1 - e^{\lambda t}\right) . \qquad (41)$$

Нарешті, визначимо ймовірність останнього стану. Підставляючи (41) в останнє рівнянням системи (17), отримаємо

$$\frac{\ldots}{dt} = (-1)^{\ldots} n\lambda e^{\ldots} \left(1 - e^{\ldots}\right)^{\ldots} , \qquad (42)$$

вираз (43) представимо в дещо іншому вигляді, тобто

$$\frac{\ldots}{dt} = (-1)^{\ldots} n\lambda e^{\ldots} \left(e^{\ldots} - 1\right)^{\ldots} , \qquad (43)$$

це рівняння отримано шляхом наступних перетворень:

$$\left(e^{-\lambda t}-1\right)^{n} \qquad)^{n-1}$$

Проінтегруємо рівняння (43)

$$\int dp_n = (-1)^n n \int \left(e^{-\lambda t}-1\right) \quad \cdot d\left(e^{-\lambda t}-1\right), \tag{44}$$

Тоді

$$p_n = (-1)^n \left(e^{-\lambda t}-1\right) + c\,. \tag{45}$$

Для початкових умов $t=0$, $p_n(0)=0$ знаходимо, що $c=0$, тому

$$p_n = (-1)^n \left(e \quad -1\right)\,. \tag{46}$$

Обчислимо ймовірності нульового та останнього станів за виразом (40)

$$\qquad)^n \quad n! \quad n\lambda t(\quad \lambda t)^n \quad (\quad)^n(-\lambda t \quad)^n \}\,. \tag{47 }$$

Як видно, формула (41) з точністю відповідає формулам (19) та (46). Отже, за формулою (40) можна обчислити ймовірності всіх станів, тому індекс *i* в цій формулі розповсюджується на всі стани, тобто

$$i = 0,1,2,\ldots,n.\,. \tag{48}$$

Формулу (40) можна звести до виду

$$p_i = (-1) \frac{}{(n-i)!\,i!} e \quad \left(e \quad -1\right), \tag{49}$$

якщо врахувати, що

$$\left(e^{\lambda t}-1\right) = (-1)^i \left(1-e^{-\lambda t}\right), \tag{50}$$

то отримаємо кінцеву формулу для *i*-го стану

$$p_i = \frac{}{(n-i)!\,i!} e \quad \left(1-e \quad \right)\,. \tag{51}$$

За формулою (51) отримаємо, наприклад, ймовірність *n*-го стану

$$p_n = \left(1-e \quad \right)\,. \tag{52}$$

Крім диференціальних рівнянь (17), можна скласти додаткову нормовану умову

$$\sum_{i=0}^{n} p_i = 1 . \tag{53}$$

Надійність геодезичної полігонометричної мережі P_c можна виразити через ймовірності її станів

$$P_c = p_0 + p_1 + p_2 + \ldots + p_i + \ldots + p_{n-1} = \sum_{i=0}^{n-1} p_i . \tag{54}$$

Враховуючи (54), вираз (53) запишемо як

$$P_c + p_n = 1 , \tag{55}$$

або

$$p_n = 1 - P_c . \tag{56)}$$

Підставимо (52) в (56), отримаємо

$$\left(1 - e^{-\lambda t}\right)^n = 1 - P_c , \tag{57}$$

прологарифмуємо вираз (57) та зробимо відповідні перетворення, одержимо

$$n = \frac{\ln(1 - P_c)}{\ln\left(1 - e^{-\lambda t}\right)} . \tag{58}$$

Надійність полігонометричної геодезичної мережі

$$P_c = 1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^n . \tag{59}$$

Таким чином отримана формула (58) для розрахунку необхідної кількості пунктів на об'єкті, та формула (59) надійності полігонометричної мережі.

Висновок. Для визначення числа пунктів необхідно задати надійність мережі P_c на весь період виконання геодезичних робіт t. Інтенсивність відмов λ також задають в залежності від інтенсивності ведення будівельних робіт на забудованій території, які спричиняють знищення пунктів геодезичної мережі. Відомо: чим інтенсивніше ведуться будівельні роботи [2], тим більша величина λ. Однак найбільш правильним буде визначати величину λ за реальними статистичними даними для визначених умов ведення будівельних робіт. Розміщення пунктів геодезичної мережі на територіях які підлягають забудові необхідно встановлювати у відповідності з генеральним планом забудови, щоб таким чином більшість пінктів мережі була збережена на цій території.

Для знаходження надійності мережі необхідно знати також величини λ, t та P_c, кількості пунктів n. Надійність геодезичної мережі до кінця експлуатації повинна бути не менше ніж P_c=0,9, термін використання (зберігання) не менше 50 років, тобто $t >= 50$ років, за формулою (58) $n \approx 500$ пунктів, але кількість пунктів іще залежить від розмірів території населеного пункту, для якого будується мережа полігонометрії.

Література.

1. Baarda W. A testing procedure for use in geodetic networcs. Netherlands Geodetic Commission. – 1968. –V.2, №5. – P. 28-35.

2. Гладилин В.Н. Точность геодезических измерений при выверке промышленного оборудования. /Гладилин В.Н./К.: Техніка, 1996. – 224 с.

3. Вальд А. Последовательный анализ. – М. Физматгиз, 1960. – 328 с.

4. Гладілін В.М., Гончаренко О.С., Шудра Н.С. Моделювання імовірності розподілу кутових нев'язок в мережі тріангуляції. //Вісник астрономічної школи. - 2014. – Т. 10, № 1. – С. 79 – 84.

5. Гладілін В.М., Шудра Н.С., Дубкова А.О. Ймовірнісно-статистичний послідовний аналіз результатів геодезичних вимірів.//Вісник астрономічної школи. - 2017. – Т. 13, № 2. – С. 116 – 122.

6. Гладілін В.М. Моделі визначення деформацій/ В.М. Гладілін //Вісник астрономічної школи. – 2016 – Т 12 № 2 – С. 185-189

7. Надійність техніки. Терміни та визначення: ДСТУ 2860-94. К.: Держстандарт України, 1994. – 36 с.

8. Інструкція з топографічного знімання у масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 та 1:500. ГКНТА-2.04-02-98. – К.: Укргеодезкартографія, 1999. – 156 с.

9. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некоректных задач. – М.: Наука, 1974. – 254 с.

10. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. – М.: Советское радио, 1977. – 488 с.

11. Успенский М.С. Условия устойчивости геодезических центров и реперов. М.: Геодезиздат, 1955. – 94 s

12. Математическое моделирование. /В.И. Скурихин, В.Б. Шифрин, В.В. Дубровский. – К.: Техніка, 1983. – 270 с.

Ph.D., associate professor **Gladilin Valeriy**,
Ph.D., associate professor **Siroshtan Tatiana**,
Ph.D., associate professor **Gamalij Irina**,
Belotserkovsky National Agrarian University,
Senior Lecturer **Shudra Nataliia**, Senior Lecturer **Chulanov Petro**,
Kyiv National Universiti of Construction and Architecture

CONSTRUCTION OF GEODESIC NETWORKS ON THE BASIS OF THE THEORY OF MARKOV ACCIDENTAL PROCESSES AND THE THEORY OF RELIABILITY

As mentioned above, the theory of reliability was mainly developed for technical devices. However, nowadays it is widely used in construction, and is also beginning to be used in geodesy. By abstracting its position can be successfully transferred to systems that do not seem to be in a dynamic state. Take, for example, the polygon metric network in the city. It would seem that such a network is in a static state, but over time it undergoes changes, ie it is in subtle dynamics and its reliability is gradually declining.

Reliability in the broadest sense of the word means the ability of a technical device (system, network) to uninterrupted (trouble-free) operation for a specified period of time under certain conditions. This period of time is usually due to the time of a task. Which is carried out by a device or system and is part of the overall operational task.

Currently, the problem of reliability is becoming one of the key problems of technology and management. Ensuring the reliable operation of all elements of the system is of paramount importance.

Improving reliability requires special study and quantitative analysis of the phenomena associated with accidental failures of devices or systems. At this time, the theory of reliability has become a special science that makes extensive use of probable methods of examination.

In the theory of reliability there are two types of failures: sudden and gradual. Consider sudden failures. Sudden device failures are understood as an instantaneous failure, which means that it cannot be used, and these failures occur at some random point in time.

The reliability of the system depends on the composition and number of elements included in it, on the type of integration into the system and on the characteristics of each individual element. An element is to be understood as any device that is not subject to further disconnection, the reliability of which is specified or determined experimentally. By assembling such elements in different ways into systems, we will solve the problem of determining the reliability of the system depending on the reliability of its elements.

The reliability of elements and systems is determined by numerical characteristics. We give some definitions of these characteristics for the element and the system as a whole.

The reliability of the element is the probability that the element in certain conditions will work flawlessly over time, its probability is denoted. With increasing time, reliability usually decreases; with probability.

In the geodetic literature, the term "reliability" is often used, which means the accuracy of the obtained results of geodetic measurements. However, the reliability of a geodetic sign or network as a whole, from the point of view of reliability theory should be considered, for example, the ability of a sign or network to survive on the ground without changing location (without changing spatial coordinates) for a given period of time under certain conditions. In other words, the reliability of a geodetic sign or network as a whole is the probability that the sign or network in these conditions will fail to "work" until the end of a given time.

Key words: reliability; benchmark; polygonometric network

REFERENCES

1. Baarda W. A testing procedure for use in geodetic networcs. Netherlands Geodetic Commission. – 1968. –V.2, №5. – P. 28-35. {in Netheriands}

2. Vald A. Posledovatelnyi analyz. – M. Fyzmathyz, 1960. – 328 s. {in Russian}

3. Gladilin V.N. Tochnost geodezicheskikh izmerenii pri vyverke promyshlennogo oborudovaniya. /Gladilin V. N./K.: Tehnika, 1996. – 224 s. {in Ukrainian}

4. Gladilin V.M., Honcharenko O.S., Shudra N.S. Modeliuvannia imovirnosti rozpodilu kutovykh neviazok v merezhi trianhuliatsii. //Visnyk astronomichnoi shkoly. - 2014. – T. 10, № 1. – S. 79 – 84. {in Ukrainian}

5. Gladilin V.M., Shudra N.S., Dubkova A.O. Ymovirnisno-statystychnyi poslidovnyi analiz rezultativ heodezychnykh vymiriv.//Visnyk astronomichnoi shkoly. - 2017. – T. 13, № 2. – S. 116 – 122. {in Ukrainian}

6. Gladilin V.N. (2016) Modeli viznachennya deformacij [Deformation to determine Models]. Visnik astronomichnoyi shkoli. – Astronomical Schools Report № 2 S. 185-189. {in Ukrainian}

7. Nadiinist tekhniky. Terminy ta vyznachennia: DSTU 2860-94. K.: Derzhstandart Ukrainy, 1994. – 36 s. {in Ukrainian}

8. Instruktsiia z topohrafichnoho znimannia u masshtabakh 1:5000, 1:2000, 1:1000 ta 1:500. HKNTA-2.04-02-98. – K.: Ukrheodezkartohrafiia, 1999. – 156 s. {in Ukrainian}

9. Tykhonov A.N., Arsenin V.YA. Metody resheniya nekorrektnykh zadach. – M.: Nauka, 1974. – 254 s. {in Russian}

10. Tykhonov V.Y., Myronov M.A. Markovskye protsessы. – M.: Sovetskoe radyo, 1977. – 488 s. {in Russian}

11. Uspenskyi M. S. Uslovyia ustoichyvosty heodezycheskykh tsentrov y reperov. M.: Heodezyzdat, 1955. – 94 s. {in Russian}

12. Skurihin V.I., Shifrin V.B., & Dubrovskiy V.V. (1983). Matematicheskoe modelirovanie. [Math modeling]. – Kiev: Tehnika. – 270 s. {in Russian}